

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Hassiba Benbouali Chlef
Faculté des sciences et sciences de l'ingénieur
Département de mécanique
Ecole doctorale

Mémoire de magister

En vue de l'obtention du diplôme de magister en mécanique

Option : Simulation Mécanique

Présenté par :

GHOUAOULA ABDELHAMID

Thème :

**Simulation du comportement mécanique de la partie
cylindrique d'un réservoir de stockage d'hydrogène
soumis à un chargement quasi statique**

Membres de Jury :

Loukarfi Larbi	Professeur	Président	U.H.B.C
Zenasni Ramdane	MC/A	Examineur	U. Mostaganem
Mendas Mohamed	MC/B	Examineur	U.H.B.C
Bettahar Ahmed	Professeur	Encadreur	U.H.B.C
Hocine Abdelkader	MC/B	Co-encadreur	U.H.B.C

-2010/2011-

Table des matières

Remerciement	
Dédicace	
Liste des symboles	
Liste des figures	
Liste des tableaux	
Résumé	
<i>Introduction générale</i>	1
<i>Chapitre 1 : Etude bibliographique</i>	
1.1- Introduction.....	3
1.2- Le vecteur hydrogène.....	3
1.2.1- Propriétés physico-chimique.....	3
1.2.2- Pouvoir énergétique.....	4
1.3- Modes de stockage de l'hydrogène.....	4
1.3.1- Stockage gazeux.....	4
1.3.2- Stockage liquide.....	4
1.3.3- Stockage solide.....	5
1.4- Etat des connaissances.....	5
1.4.1- Les composites.....	6
1.4.1.1- Intérêt des composites.....	6
1.4.1.2- Les procédés de fabrication des matériaux composites.....	7
1.4.2- Description du procédé d'enroulement filamentaire.....	7
1.4.2.1- Les différents types d'enroulements filamenteux.....	8
1.4.2.1.1- Enroulement hélicoïdal.....	8
1.4.2.1.2- Enroulement circonférentiel.....	8
1.4.2.1.3- Enroulement polaire.....	8
1.4.3- Réservoir composite enrobé sur un liner étanche.....	9
1.4.4- Polymérisation des réservoirs à base composites.....	9
1.4.5- Propriétés de la structure composite.....	16
1.5- Conclusion.....	17

Chapitre 2 : Modèle du comportement de la solution de stockage

2.1- Introduction.....	18
2.2- Hypothèses et mise en équations.....	18
2.2.1- Analyse des déplacements, des contraintes et des déformations.....	18
2.2.2- Lois de comportement.....	20
2.3- Comportement du liner.....	20
2.4- Comportement composite.....	21
2.4.1- Monocouche vierge.....	21
2.4.2- Monocouche endommagé.....	24
2.4.2.1- Mise en évidence des différents endommagements et fissures.....	25
2.4.2.2- Effet de l'endommagement sur les souplesses.....	26
2.4.2.3- Définitions des variables d'endommagement.....	27
2.4.2.4- Cinétique de l'endommagement.....	29
2.5- Mise en forme du problème.....	32
2.6- Condition aux limites.....	33
2.7- Algorithme de résolution.....	35
2.8- Conclusion.....	37

Chapitre 3 : Analyse du comportement du réservoir de type III

3.1- Introduction.....	38
3.2- Matériaux.....	38
3.2.1- Composite.....	38
3.1.2- Liner.....	39
3.3 - Analyse du comportement d'un tube composite.....	39
3.3.1- Déformations circonférentielles et radiale.....	39
3.3.2- Déplacement radial.....	41
3.3.3- Contraintes circonférentielle et radiale.....	41
3.3.4- Contraintes de cisaillement.....	43
3.3.5- Déformations.....	45
3.4 - Analyse du comportement du réservoir.....	47
3.4.1- Déplacement radial.....	47
3.4.2- Analyse des contraintes.....	49
3.4.2.1- Contraintes axiales.....	49

3.4.2.2- Contraintes circonférentielles.....	50
3.4.2.3- Contraintes radiales.....	51
3.4.2.4- Contraintes de cisaillement.....	52
3.4.3- Analyse des déformations.....	53
3.4.3.1- Déformation radiale.....	53
3.4.3.2- Déformation circonférentielle.....	54
3.4.3.3- Déformation axiale.....	55
3.5- Conclusion.....	56

***Chapitre 4 : Analyse du comportement mécanique endommagé de la partie
cylindrique d'un réservoir de type III***

4.1- Introduction.....	57
4.2- Seuil de l'endommagement.....	57
4.3- Pression d'endommagement	57
4.4- La variable d'endommagement.....	58
4.5- Déplacement radial.....	59
4.6- Déformations.....	60
4.6.1- Déformation axiale.....	60
4.6.3- Déformation radiale.....	61
4.6.2- Déformation circonférentielle.....	62
4.7- Contraintes.....	62
4.7.1- Contrainte axiale.....	62
4.7.2- Contrainte radiale.....	63
4.7.3- Contrainte circonférentielle.....	63
4.7.4- Contrainte de cisaillement.....	64
4.8- Le critère de TSAI-WU.....	65
4.9- Analyse du comportement Tube composite endommagé	66
4.9.1.1- Pression interne pure.....	67
4.9.1.2- Pression interne avec effet de fond.....	67
4.10- Analyse du comportement mécanique endommagé du réservoir type III.....	68
4.10.1- Réservoir type III avec enveloppe composite verre/époxy.....	68
4.10.2- Réservoir type III avec enveloppe composite carbone/époxy.....	70
4.11- Dégradation du module de « Young » transversales E_y	71
4.12- Conclusion.	72

<i>Conclusion générale</i>	73
<i>Références bibliographiques</i>	75
<i>Annexe</i>	78

-Remerciements-

Je tiens à remercier respectivement tous ceux qui m'ont aidé, soutenu, et encouragé pour la réalisation de ce modeste travail :

Monsieur le professeur BETTAHAR Ahmed qui, en tant que directeur de mémoire pour l'aide et le temps qu'il a bien voulu me consacrer pour d'ériger ce travail.

Monsieur le docteur HOCINE Abdelkader qui, en tant que co-directeur, pour sa direction, ses orientations, et sa compréhension, s'est toujours montré à l'écoute et très disponible tout au long de la réalisation de ce mémoire.

Messieurs le professeur L.LOUKARFI, le docteur M.MENDAS et le docteur R.ZENASNI pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Messieurs D.CHAPELLE et L. FARINES pour leur aide.

Je n'oublie pas mes parents pour leur contribution, leur soutien et leur patience.

Tous mes professeurs pour leurs enseignements.

Enfin, j'adresse mes plus sincères remerciements à tous mes proches et amis, qui m'ont toujours soutenue et encouragée au cours de la réalisation de ce mémoire.

Merci à tous et à toutes

-Dédicace-

Je dédie ce modeste travail :

Aux être qui me sont les plus chères : Mon père et ma mère pou leur Soutine et leur encouragement permanent durant tous mes études.

A mes sœurs et frères.

A tous les membres de ma famille.

A tous mes amis ainsi qu'à tous mes collègues.

-Abdel Hamid GHOUAOULA-

Liste des symboles

Symbole latins

- C : La matrice de rigidité.
- C^c : La matrice de rigidité du composite.
- D_I : Paramètre de d'endommagement.
- D_{II} : Paramètre de d'endommagement.
- D_{III} : Paramètre de d'endommagement.
- E_x : Module de Young [MPa].
- E_y : Module de Young [MPa].
- E_z : Module de Young [MPa].
- G_{xy} : Module de cisaillement [MPa].
- G_{xz} : Module de cisaillement [MPa].
- G_{yz} : Module de cisaillement [MPa].
- H : La matrice de correction.
- P : La puissance.
- P_0 : Pression [MPa].
- R^d : Fonction d'écrouissage.
- $R_{int}^{(k)}$: Rayon interne de la couche k (mm).
- $R_{ext}^{(k)}$: Rayon externe de la couche k (mm).
- S : La matrice de souplesse.
- S^c : La matrice de rigidité du composite.
- S_e^L : Module de cisaillement du liner.
- S_{ij} : Composent de la matrice de souplesse.
- T_ε : Matrice de changement de base.
- T_σ : Matrice de changement de base.
- U_r : Déplacement radiale (mm).
- U_z : Déplacement axiale (mm).
- X : Direction longitudinale.
- Y : Force motrice.
- Y_c : Le seuil d'endommagement.

e_k : Epaisseur de la couche k (mm).
 f^d : Fonction de charge.
 n_L : Nombre de couche du liner.
 r_a : Rayon externe (mm).
 ν_{xy} : Coefficient de Poisson.
 ν_{xz} : Coefficient de Poisson.
 ν_{yz} : Coefficient de Poisson.

Symboles grecques

θ : Direction circonférentielle.
 α : Coefficient directeur.
 φ : Angle d'enroulement ($^\circ$).
 ψ : Densité d'énergie libre.
 σ : Vecteur de contrainte dans le repère (r, z, θ) .
 ϵ : Vecteur de déformation dans le repère (r, z, θ) .
 λ^d : Multiplicateur de Lagrange.
 γ_0 : Torsion par unité de logeur (1/mm).
 ϵ_0 : Déformation axiale.
 ϵ^e : Déformation élastique.
 ϑ : Coefficient directeur.
 α_x : Coefficient thermique dans la direction longitudinale.
 α_y : Coefficient thermique dans la direction transversale.
 σ_{xu} : Contraintes de rupture en traction [MPa].
 σ'_{xu} : Contraintes de rupture comprissions [MPa].
 σ_{yu} : Contraintes de rupture en traction [MPa].
 σ'_{yu} : Contraintes de rupture comprissions [MPa].
 σ_{yxu} : Contraintes de rupture en cisaillement [MPa].

Les indices

r : Direction radiale.
 z : Direction axiale.
 θ : Direction circonférentielle.
 x : Direction longitudinale et transversale de la fibre.

y : Direction longitudinale et transversale de la fibre.
c : Composite.
l : Liner.

Liste des figures

Figure 1.1	: Principe de stockage dans un métal	5
Figure 1.2	: Schéma du procédé d'enroulement filamentaire	7
Figure 1.3	: Les différents types d'enroulement filamenteux	8
Figure 1.4	: Présentation des types de réservoirs de stockage d'hydrogène comprimé	9
Figure 1.5	: Cycle de polymérisation des structures composites	10
Figure 1.6	: Naissance des contraintes résiduelles sur l'assemblage cuivre/composite	10
Figure 1.7	: Comparaison expérience-simulation en élasticité sur un tube composite	12
Figure 1.8	: Déformations mesurées et calculées à la paroi externe du réservoir	13
Figure 1.9	: Variation des contraintes axiale et circonférentielle à travers l'épaisseur du tube composite	14
Figure 1.10	: Variation de la déformation à travers l'épaisseur du tube composite	14
Figure 1.11	: Essai de traction sur une éprouvette en aluminium 6060T5	15
Figure 2.1	: Etat de contrainte dans un tube multicouche	18
Figure 2.2	: Relations entre les coordonnées cylindriques et les coordonnées de références du composite.	21
Figure 2.3	: Système de coordonnées de l'unidirectionnel	22
Figure 2.4	: Evolution de l'état de l'unidirectionnel	24
Figure 2.5	: Schématisation de l'unidirectionnel endommagé	25
Figure 2.6	: Phénomènes d'endommagement matriciel et de rupture des fibres dans un composite	25
Figure 2.7	: Géométrie des fissures	25
Figure 2.8	: Courbe contrainte-déformation en traction-compression transverse	26
Figure 2.9	: Orientation et forme des microfissures	27
Figure 2.10	: Définitions des variables d'endommagement	28
Figure 2.11	: Relation entre les 3 modes d'endommagement	29
Figure 1.12	: Algorithme de résolution	30
Figure 3.1	: Représentation schématique d'un réservoir de type III.	31
Figure 3.2	: Variation de la déformation radiale à travers l'épaisseur du tube composite	40
Figure 3.3	: Variation de la déformation circonférentielle à travers l'épaisseur du tube composite	40
Figure 3.4	: Variation du déplacement radial à travers l'épaisseur du tube composite	41

Figure 3.5	: Variation des contraintes axiale et circonférentielle à travers l'épaisseur tube composite Type A.	42
Figure 3.6	: Variation des contraintes axiale et circonférentielle à travers l'épaisseur du tube composite Type B.	42
Figure 3.7	: Variation des contraintes axiale et circonférentielle à travers l'épaisseur du tube composite Type C.	43
Figure 3.8	: Variation des contraintes axiale et circonférentielle à travers l'épaisseur du tube composite Type A.	44
Figure 3.9	: Variation des contraintes axiale et circonférentielle à travers l'épaisseur du tube composite Type B.	44
Figure 3.10	: Variation des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur du tube composite Type C.	45
Figure 3.11	: Evolution de la contrainte circonférentielle en fonction des déformations pour un chargement de 400 bars.	46
Figure 3.12	: Variation de déplacement à travers l'épaisseur du réservoir pour une pression [10] PMa	48
Figure 3.13	: Distribution du déplacement radial à travers la paroi du réservoir	49
Figure 3.14	: Distribution de la contrainte axiale à travers la paroi du réservoir.	50
Figure 3.15	: Distribution de la contrainte circonférentielle à travers la proie du réservoir.	51
Figure 3.16	: Distribution de la contrainte radiale à travers la proie du réservoir	52
Figure 3.17	: Distribution de la contrainte cisaillement à travers la proie du réservoir	53
Figure 3.18	: Distribution de la déformation axiale à travers la proie du réservoir	54
Figure 3.19	: Distribution de la déformation circonférentielle à travers la proie du réservoir	55
Figure 3.20	: Distribution de la déformation radiale à travers la proie du réservoir	56
Figure 4.1	: Variation du seuil d'endommagement à travers l'enveloppe composite pour une séquence de $[\pm 55]_3$.	57
Figure 4.2	: Variation de la variable d'endommagement à travers l'enveloppe composite pour 10MPa.	59
Figure 4.3	: Variation de contrainte circonférentielle à travers l'enveloppe composite	59
Figure 4.4	: Distribution du déplacement radial à travers la paroi du réservoir.	60
Figure 4.5	: Distribution de la déformation axiale à travers la paroi du réservoir	61

Figure 4.6	: Distribution de la déformation radiale à travers la paroi du réservoir	61
Figure 4.7	: Distribution de la déformation circonférentielle à travers la paroi du réservoir.	62
Figure 4.8	Distribution de la contrainte axiale à travers la paroi du réservoir.	63
Figure 4.9	: Distribution de la contrainte radiale à travers la paroi du réservoir.	64
Figure 4.10	: Distribution de la contrainte circonférentielle à travers la paroi du réservoir.	64
Figure 4.11	: Distribution de la contrainte de cisaillement à travers la paroi du réservoir.	65
Figure 4.12	: Comportement à la rupture de la partie composite selon le critère de TSAI-WU.	66
Figure 4.13	: Evolution de la contrainte circonférentielle en fonction de déformation circonférentielle (pression interne pure).	67
Figure 4.14	: Evolution de la contrainte circonférentielle en fonction de déformation circonférentielle (pression interne avec effet de fond).	68
Figure 4.15	: Evolution de la contrainte circonférentielle en fonction de déformation axiale.	69
Figure 4.16	: Evolution de la contrainte circonférentielle en fonction de déformation circonférentielle.	69
Figure 4.17	: Evolution de la contrainte circonférentielle en fonction de déformation circonférentielle de la séquence $[\pm 55]_3$.	70
Figure 4.18	: Evolution de la contrainte circonférentielle en fonction de déformation axiale de la séquence $[\pm 55]_3$	71
Figure 4.19	: Variation du module de Young transversale en fonction de la pression	72

Liste des tableaux

Tableau 1.1	: Pouvoir énergétique.	4
Tableau 1.2	: Composition chimique de l'alliage Aluminium 6060.	15
Tableau 1.3	: Comparaison entre les fibres composites.	16
Tableau 2.1	: Variables thermodynamiques pour l'endommagement.	30
Tableau 3.1	: Propriétés du carbone/époxy.	38
Tableau 3.2	: Propriétés du liner métallique.	39
Tableau 3.3	: Séquences d'empilement.	39
Tableau 3.4	: Dimension du réservoir.	47
Tableau 3.5	: Séquences d'empilement.	47
Tableur 4.1	: Pression d'endommagement.	58
Tableau 4.2	: Paramètres d'endommagement.	58
Tableau 4.3	: Contrainte de rupture.	65
Tableau 4.4	: Propriétés mécaniques verre /époxy.	66

المخلص

الهدف من هذه الدراسة ه و تطوير نموذج ال تحمل لخزان اسطواني من الج يل الثالث لتخزين الهيدروجين, هذا الخزان مكون من غلاف داخلي يحوي الهيدروجين يدعي البطانة مغطي بمادة مركبة تعطي الصلابة للخزان, هذا النموذج يسمح بمحاكاة رد الفعل الميكانيكي للخزان تحت تأثير تحميل شبه ثابت. النموذج يعتمد علي النهج المتوسط و الكلي الذي يعطي ردة فعل طبقة ومن ثم ردة فعل كل الطبقات وأخيرا رد فعل الخزان. كذلك يسمح بإعطاء سلوك المادة المركبة بعد التلف . يعتمد النموذج علي النتائج أطروحة حسين [30] و فرين [22]. نأخذ بعين الاعتبار تلف المادة المركبة والذي يسمح بتحسين النتائج التحليلية و إعطاء نتائج أكثر دقة مع تحديد مؤشرات عوامل انشقاق الخزان.

Résumé

L'objectif de cette étude est le développement d'un modèle de comportement d'un réservoir cylindrique de stockage d'hydrogène de type III . Cette solution de stockage est constituée d'une enveloppe métallique de cœur sous pression, contenant l'hydrogène utile appelée liner, et elle est enrobée par un enroulement filamentaire qui assure la rigidité. Le modèle permet de simuler la réponse mécanique de la structure de stockage sous un chargement quasi statique . Le modèle est une approche méso-macro, qui permettra de définir la réponse d'un pli, puis la réponse du stratifié et enfin la réponse de la totalité de la structure de stockage d'hydrogène, ainsi que le comportement endommageable de la partie composite. Ce modèle se base sur les travaux de thèse de Hocine [30] et Farines [22] et il prend en compte l'endommagement de la partie composite. Ce qui permet d'améliorer les résultats du modèle analytique et d'estimer le plus autant que possible les paramètres à la rupture de la solution de stockage d'hydrogène.

Abstract

The objective of this study is the development of a behavior model of a III type hydrogen storage cylindrical tank. The storage solution consists of a metal casing of an under pressure hear containing useful hydrogen called liner and coated with a filament winding which provides rigidity. The model allows to simulate the mechanical response of the storage structure under a quasi-static loading. The model is a meso-macro approach, which will define the response of a trick, the response of the whole structure of hydrogen storage and behavior damage of the composite. The model is based on the thesis of Hocine[33] and Farine[22] and it takes into account the damage of the composite part, which can improve the results of the analytical model and to estimate as precisely as possible the parameters at hydrogen storage fracture.

Introduction générale

L'hydrogène de par sa combustion très énergétique, en masse plus de deux fois celle du gaz naturel, est un combustible de choix utilisable pour fournir de la chaleur et de l'énergie mécanique. Certains le considèrent comme le vecteur énergétique du future.

Le stockage est l'une des étapes clés de l'utilisation de l'hydrogène comme vecteur d'énergie. En effet, quelle que soit l'application visée, il est nécessaire d'avoir un système permettant de stocker l'hydrogène afin de conférer une certaine autonomie à ce système.

Les analyses de la plupart des constructeurs automobiles montrent que les solutions de stockage disponibles sur le marché ne sont pas satisfaisantes pour les applications mobiles (poids et volume trop importants, cinétiques trop faibles, coûts trop élevés...). En matière de stockage embarqué, les objectifs de développement les plus communément admis sont calculés sur la base d'un stockage d'hydrogène embarqué d'une capacité de 5 kg (quantité d'hydrogène permettant théoriquement à un véhicule particulier d'avoir une autonomie d'environ 500 km.

La limitation majeure du développement de l'utilisation de ce carburants, réside en ses modes de stockage, où il est apparu lors des opérations de transport et de stockage que l'acier des réservoirs cause un grand problème, du à son poids et à sa corrosion rapide.

Les applications développées des matériaux composites touchent les domaines de l'industrie, du transport, du médical et du spatial. Pour répondre aux besoins des marchés internationaux, des études consistent à étudier, développer et fabriquer des structures cylindriques composite ultra- légères.

Une solution est envisagée dans les travaux de recherches actuelles, l'utilisation du matériau composite stratifié dans la conception des réservoirs. Ces réservoirs stockent l'hydrogène sous 700 bars. La structure du réservoir constituée d'une enveloppe métallique renforcée par une enveloppe composite qui assure la rigidité. Cette solution consiste à associer dans un même réservoir une enveloppe de cœur sous pression (liner), contenant l'hydrogène utile et une enveloppe externe (composite).

Actuellement, plusieurs travaux de recherche se sont concentrés sur les contraintes et l'analyse de la rupture de la partie cylindrique du réservoir composite où la grandeur des résultats obtenus reflète le comportement de la totalité de la structure.

L'objectif de notre travail consiste à déterminer la réponse mécanique de la structure de stockage à un chargement quasi statique. Cette analyse passe par le développement d'un modèle analytique, qui prend en compte les deux constituants de la solution de stockage. Ce modèle se base sur la théorie d'élasticité. Le choix de cette théorie est dû à l'importance des contraintes radiales, développées à travers l'épaisseur de la structure de stockage.

On note que l'on se limite à travers cette analyse, à la section cylindrique du réservoir, parce que c'est la section la plus sollicitée par rapport aux dômes

Ce document comporte quatre chapitres :

Le premier chapitre présente une étude bibliographique destinée à définir les matériaux composites leur procédés de fabrication est leur différente application. Aussi , un quelques notions sur l'hydrogène et ses modes de stockage. On évoquera dans ce chapitre des différents travaux de recherche qui ont fait avec les réservoirs à base composite, de stockage gazeux.

Le deuxième chapitre est consacré à description du modèle de comportement d'un réservoir type III, ainsi que le comportement du liner et le comportement du composite, on pose les hypothèses définissant les limites d'application du modèle et les conditions aux limites. Une autre modélisation est présentée dans ce chapitre pour décrire le comportement élastique de l'enveloppe composite endommagée.

L'objectif du chapitre trois est l'analyse des résultats obtenus par le modèle de comportement du réservoir de stockage type III. Nous analysons d'abord les résultats pour un tube composite pour différent séquence d'empilement, puis en analysons les résultats pour un réservoir de stockage d'hydrogène type III.

Dans le quatrième chapitre on présente les résultats obtenus par le modèle de comportement endommagé.

En fin on termine ce travail par des conclusions et des perspectives.

Sommaire

1.1- Introduction	3
1.2- Le vecteur hydrogène	3
1.2.1- Propriétés physico-chimiques	3
1.2.2- Pouvoir énergétique	4
1.3- Modes de stockage de l'hydrogène	4
1.3.1- Stockage gazeux	4
1.3.2- Stockage liquide	4
1.3.3- Stockage solide	5
1.4- Travaux antérieur	5
1.4.1- Les composites	6
1.4.1.1- Intérêt des composites	6
1.4.1.2- Les procédés de fabrication des matériaux composites	7
1.4.2- Description du procédé d'enroulement filamentaire	7
1.4.2.1- Les différents types d'enroulements filamenteux	8
1.4.2.1.1- Enroulement hélicoïdal	8
1.4.2.1.2- Enroulement circonférentiel	8
1.4.2.1.3- Enroulement polaire	8
1.4.3- Réservoir composite enrobé sur un liner étanche	9
1.4.3.1- Liner métallique	9
1.4.3.2- Liner plastique	9
1.4.4- Polymérisation des réservoirs à base composites	9
1.4.5- Propriétés de la structure composite	16
1.5- Conclusion	17

1.1- Introduction

L'hydrogène est le plus léger des gaz avec une masse moléculaire de 2 g/mol. A température et pression ambiantes, 1 kg d'hydrogène occupe 12.2 m³. Si on estime les besoins pour un véhicule à 5 kg d'hydrogène, on comprend alors tout l'intérêt de la recherche d'un stockage à haute densité. Ce gaz présente un écart significatif au modèle idéal des gaz parfaits dès qu'on le comprime au-delà de 100 bars, la loi d'état de ce gaz est toutefois bien connue. C'est aussi, après l'hélium, l'hydrogène ayant la plus faible température d'ébullition (- 253°C ou 20° K) [1].

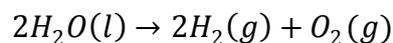
Comme carburant l'hydrogène est efficace et il est perçu comme une énergie renouvelable et propre. On se réjouit de la vapeur d'eau inoffensive qui sort du pot d'échappement mais l'on oublie que l'hydrogène n'est pas une énergie primaire et qu'il doit tout d'abord être produit, stocké et transporté [2].

1.2- Le vecteur hydrogène

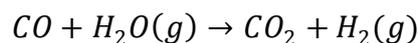
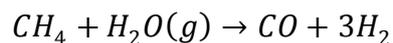
1.2.1- Propriétés physico-chimiques

L'hydrogène, noté H, tiré du mot latin « hydro » (eau) et « gènes » (formation). C'est l'élément chimique le plus simple et le plus abondant dans l'univers (75% en masse et 90% en nombre d'atomes). Son isotope le plus commun, le protium est constitué uniquement d'un proton et d'un électron ce qui lui permet également de prétendre au titre de l'atome le plus léger. Sur terre l'hydrogène ne se trouve pas seul, il est associé à d'autres atomes pour former des composés (H₂O, CH₄,...) ou sous la forme d'un gaz. L'hydrogène gaz traverse facilement les matériaux par perméation, et se diffuse rapidement dans l'air.

Le dihydrogène peut être produit de plusieurs façons, par exemple par électrolyse de l'eau :



Cette méthode est peut être utilisée dans l'industrie mais elle nécessite de grandes quantités d'électricité et possède un rendement énergétique moyen entre 50 et 80% selon la température de la réaction. C'est pourquoi les industriels utilisent plutôt le vaporeforming du méthane :



Cette méthode possède un meilleur rendement que l'électrolyseur, près de 90% mais a l'inconvénient de produire du dioxyde de carbone, un gaz à effet de serre qu'il est nécessaire de traiter ou stocker. Il existe bien d'autres modes de production de l'hydrogène qui sont actuellement étudiés. Ces modes, souvent « propres » vont par exemple de l'utilisation de la biomasse à la capture d'hydrogène dans les failles de la croûte terrestre au fond des océans.

1.2.2- Pouvoir énergétique

Le tableau ci dessous présente une comparaison du pouvoir énergétique gravimétrique et volumétrique de l'hydrogène, du méthanol et du gaz naturel.

Substances	pouvoir énergétique	
	gravimétrique	volumétrique
Hydrogène	120 MJ/Kg	10,8 MJ/m ³
Méthanol	20 MJ/Kg	16 MJ/m ³
Gaz naturel(CH ₄)	50 MJ/Kg	39,77 MJ/m ³

Tableau 1.1 : Pouvoir énergétique [3].

Cela pose un véritable problème de stockage et de transport, que ce soit pour l'utilisation de l'hydrogène dans un véhicule ou pour le transport en pipeline, en camion, c'est la densité volumétrique qui importe. La densité énergétique volumétrique de l'hydrogène n'est intéressante qu'à l'état liquide ou comprimé (700 bars) [4].

1.3- Modes de stockage de l'hydrogène

Actuellement, il existe trois grandes familles de systèmes de stockage d'hydrogène, chacune ayant des avantages et des inconvénients spécifiques lui permettant d'être intégrée ou non, dans une application particulière:

- le stockage d'hydrogène comprimé à haute pression (200, 350 et 700 bar).
- le stockage cryogénique d'hydrogène liquide (-253°C).
- le stockage solide d'hydrogène.

1.3.1- Stockage gazeux

Le conditionnement de l'hydrogène sous forme gazeuse est une option prometteuse, mais les contraintes sont toutefois nombreuses. Léger et volumineux, l'hydrogène doit être comprimé au maximum pour réduire l'encombrement des réservoirs. Des progrès ont été faits pour stockage d'hydrogène embarqué d'une capacité de 5kg de 200 bars, pression des bouteilles distribuées dans l'industrie avec un volume de 390l, elle est passée à 350 bars aujourd'hui pour un volume de 250 l [5]. Les développements concernent maintenant des réservoirs pouvant résister à des pressions de 700 bars pour un volume de stockage de 130 l [6].

1.3.2- Stockage liquide

Le stockage par liquéfaction utilise l'importante variation de densité existante entre les

états gazeux et liquide, et s'effectue à une température adéquate afin que la pression du liquide soit égale ou voisine de la pression atmosphérique. La liquéfaction permet de réduire par 5 le volume, par rapport à la compression, et la technique utilise des récipients cryogéniques dont l'usage est banalisé dans l'industrie. Cette situation est d'ailleurs assez similaire à celle du gaz naturel liquéfié (GNL) [7]. Bien que ce mode présente une bonne capacité volumique (70 g/dm^3), il pose un certain nombre de problèmes difficiles à résoudre. En premier lieu, ce procédé nécessite des réservoirs cryogéniques à très forte isolation thermique, ce qui pénalise à la fois le volume et le poids de ce mode de stockage, et ne permet pas d'empêcher les pertes thermiques qui sont inévitables à 20° K [2].

1.3.3- Stockage solide

Une autre méthode de stockage de l'hydrogène est appuyée sur la formation d'hydrures métalliques solides. L'hydrogène moléculaire est absorbé en effet par une large variété de métaux et d'alliages métalliques. Cette absorption résulte de la combinaison chimique réversible de l'hydrogène avec les atomes composant ces matériaux. La [figure 1.1](#) présente le schéma de principe du stockage de l'hydrogène dans un matériau hydrure cristallin.

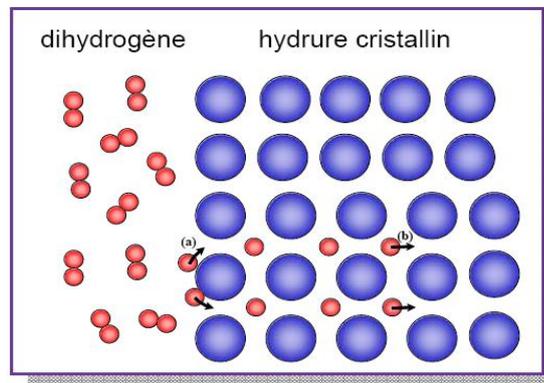


Figure 1.1 : Principe de stockage dans un métal [8].

Les molécules de gaz du dihydrogène se décomposent et sont adsorbées à la surface du matériau hydrure (a), puis l'hydrogène se diffuse à travers le matériau cristallin et forme une nouvelle phase, dite hydrurée (b).

1.4- Travaux antérieur

Cette partie présente une recherche bibliographique des différents travaux qui ont traités et analysés sur les réservoirs à base composite de stockage gazeux. Compte-tenu de la multiplicité et de l'ampleur des différentes études dans le domaine et dont certaines sont toujours en cours, il s'avère fort délicat d'en dresser un bilan exhaustif et détaillé.

Le développement de cette partie est divisé en trois sous-parties. La première vise à définir le matériau composite est montrer son intérêt par rapport aux matériaux métalliques. La deuxième partie est une brève description générale du procédé de fabrication des réservoirs composites par la technique d'enroulement filamenteuse. La troisième et dernière partie est consacrée à la description des avantages et des inconvénients des réservoirs métalliques renforcés par du composite.

1.4.1- Les composites

Les matériaux composites sont des matériaux macroscopiquement non homogènes. On appelle maintenant de façon courante " matériaux composites " des arrangements de fibres continues ou non, d'un matériau résistant (le renfort) qui sont noyés dans une matrice dont la résistance mécanique est beaucoup plus faible.

1.4.1.1- Intérêt des composites

Le stockage des gaz sous pression dans un réservoir en acier, connue sous le nom de réservoir de type I, est une technique éprouvée depuis de nombreuses années et largement répandue de nos jours dans le monde industriel. Toutefois, cette technologie est fortement pénalisée par le poids des bouteilles.

Compte-tenu des problèmes de fragilisation de l'acier, induits par les gaz et plus particulièrement par l'hydrogène, les parois doivent être suffisamment épaisses et résistantes. Toute augmentation de pression entraîne aussi un accroissement de la masse de l'enveloppe limitant ainsi tout développement futur de cette technique [9].

Afin de remédier à cette problématique, une attention particulière a été portée à l'utilisation des matériaux composites. Les travaux menés par [10] considèrent que les matériaux composites se présentent comme un important candidat de substitution aux matériaux métalliques, à cause de leur grande rigidité et résistance. Ainsi les composites renforcés de fibres sont utilisés largement dans la composition des structures.

La capacité d'adaptation des matériaux composites renforcés de fibres, est supérieure à celle des aux matériaux métalliques spécifique, dans plusieurs applications telles que: bâtiments et travaux publics, électricité et électronique, transport ferroviaire, transport routier, transport maritime, aéronautique, aérospatiale, sports et loisirs.... Wang et coll [11] concluent que les composites multicouches sont idéaux pour les structures en statique et en dynamique. L'utilisation des matériaux composites permet d'obtenir des coques cylindriques alliant la légèreté et la résistance. On en trouve notamment dans les réservoirs de stockage et les tubes de canalisation [12], [13].

Aujourd'hui, les réservoirs composites sous pression trouvent une large application commerciale pour le stockage de gaz naturel ou d'hydrogène comprimé, ainsi que pour le stockage de gaz naturel liquéfié [14]. Plusieurs applications ont été envisagées, parmi elles, on trouve les réservoirs submersibles caractérisés par une structure cylindrique stratifiée et des embouts métalliques [15]. Ils sont aussi utilisés pour contenir des produits chimiques et pour des applications aérospatiales sous haute pression.

1.4.1.2- Les procédés de fabrication des matériaux composites

Parmi les procédés de fabrication des matériaux composites on cite:

- Moulage au contact.
- Moulage par projection simultanée.
- Injection thermodurcissable BMC.
- Compression thermodurcissable SMC.
- Pultrusion.
- Enroulement filamentaire (ou bobinage).

Il existe d'autres procédés : drapage en autoclave, la centrifugation, la stratification en continu, le thermoformage sous vide, estampage....

1.4.2- Description du procédé d'enroulement filamentaire

Le procédé d'enroulement filamentaire consiste à enrouler une mèche composée d'une multitude de filaments de verre continus, appelé stratifil, autour d'un mandrin. Le stratifil, au cours de sa trajectoire vers le mandrin, est imprégné de résine avant d'être enroulé (cf. Figure-1.2).

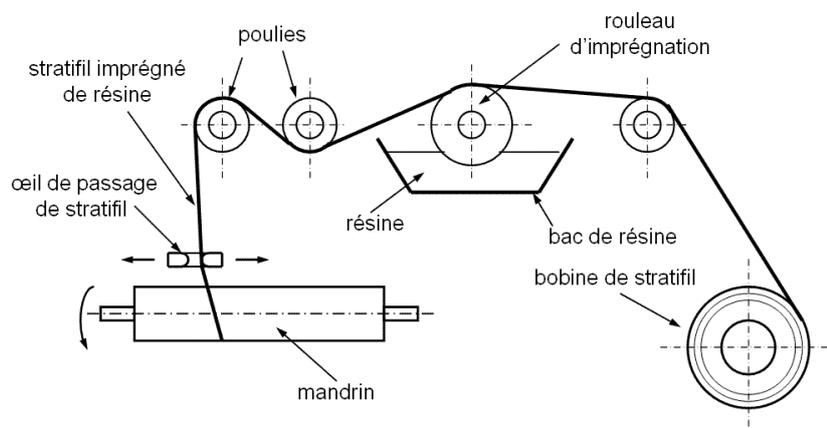


Figure 1.2: Schéma du procédé d'enroulement filamentaire [16].

La tension du stratifil est réglable de façon à pouvoir piloter la compaction du composite. Les déplacements de l'œil de passage du stratifil et la rotation du mandrin sont synchronisés, le plus souvent grâce à un automate de commande numérique, similaire à celui de machines-outils. Une fois l'enroulement effectué, l'ensemble pièce mandrin est mis dans une étuve pour réaliser la polymérisation.

1.4.2.1- Les différents types d'enroulements filamenteux

Le procédé d'enroulement filamenteux produit divers types d'architectures de renfort. Les types d'architectures obtenus avec les machines d'enroulement filamenteux sont au nombre de trois : a)-l'enroulement circonferentiel, b)-l'enroulement polaire, c) - l'enroulement hélicoïdal [17], [18].

1.4.2.1.3- Enroulement hélicoïdal : Ce mode d'enroulement est utile pour l'enroulement de fibres avec des orientations d'angles entre 5 et 80°. Avec ce type d'enroulement, il est possible de couvrir des surfaces cylindriques, ou coniques, mais il est difficile de couvrir les extrémités. Par exemple des dômes de réservoirs. Il existe deux types : l'enroulement continu (stratifié) et l'enroulement discontinu (croisé) (cf. Figure 1.3- c) [17].

1.4.2.1.3-Enroulement circonferentiel : Il est adapté pour des orientations de fibre proches de 90° pour des parties cylindriques et il confère une résistance tangentielle élevée, est semblable à celui produit par l'enroulement hélicoïdal continu, mais avec des orientations de fibres proches de 90°. Les réservoirs caractérisés purement par ce genre d'enroulement, sont connus par les réservoirs de type II (cf. Figure 1.3- a) [17].

1.4.2.1.3-Enroulement polaire : Ce type d'architecture est utilisé pour des orientations de fibres proches de 0° par rapport à l'axe longitudinal de la pièce. Avec ce type d'enroulement, il est possible de couvrir la totalité de la surface d'une pièce [17]. Le plus souvent, ce type d'enroulement est utilisé pour des mandrins avec des extrémités fermées de forme sphérique, ou ayant des dômes (cf. Figure 1.3- b).

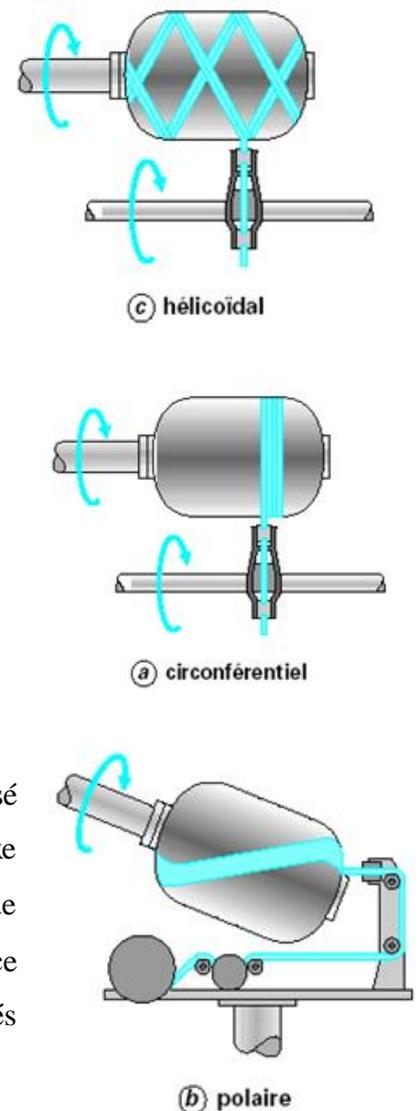


Figure 1.3: Les différents types d'enroulement Filamenteux [18].

1.4.3- Réservoir composite enrobé sur un liner étanche

Dans le domaine du stockage gazeux, les réservoirs composites présentent un inconvénient majeur car le gaz peut se faufiler à travers les couches du composite. Pour pallier à cela, plusieurs travaux de recherche recommandent d'enrober les filaments composites sur une enveloppe métallique destinée à assurer l'étanchéité [14]. Selon [12], deux types de matériaux peuvent se présenter comme candidat, pour la fabrication des liners :

1.4.3.1- Liner métallique : Le choix du liner en métal est effectué lors de la conception du réservoir composite pour le stockage du gaz à haute pression. Le but de ce choix est de prévenir contre la diffusion à travers la paroi. Les composites enroulés sur une enveloppe métallique sont utilisés dans plusieurs applications : aviation, astronomie, structures chimiques, ... etc. [19].

1.4.3.2- Liner plastique : Les matériaux composites enroulés sur des liners en plastique offrent plusieurs avantages, parmi lesquels : la haute résistance, la faible conductivité thermique et un comportement non magnétique. Mais il existe quelques inconvénients, qui se réduisent en une grande perméabilité du gaz par rapport au métal et des caractéristiques de l'interface fibres/plastique pouvant être néfastes au comportement mécanique [12].

Les deux solutions présentées dans la [figure 1.4](#), montrent les réservoirs de **type III** : liner métallique – renforcement composite et réservoirs de **type IV** : liner plastique – renforcement composite.

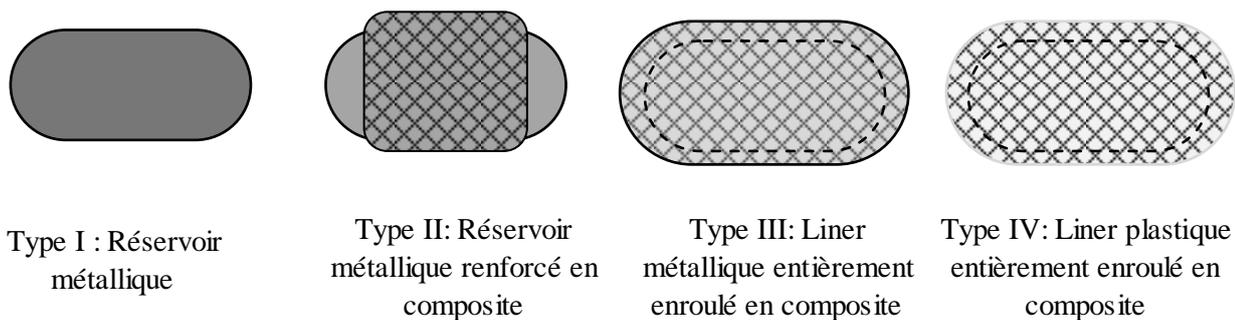


Figure 1.4: Présentation des types de réservoirs de stockage d'hydrogène comprimé

1.4.4- Polymérisation des réservoirs à base composite

L'élaboration des réservoirs composites multicouches à matrice thermodurcissable fait généralement appel à un cycle thermique destiné à polymériser l'empilement des couches préimprégnées comme l'indique la [figure 1.5](#).

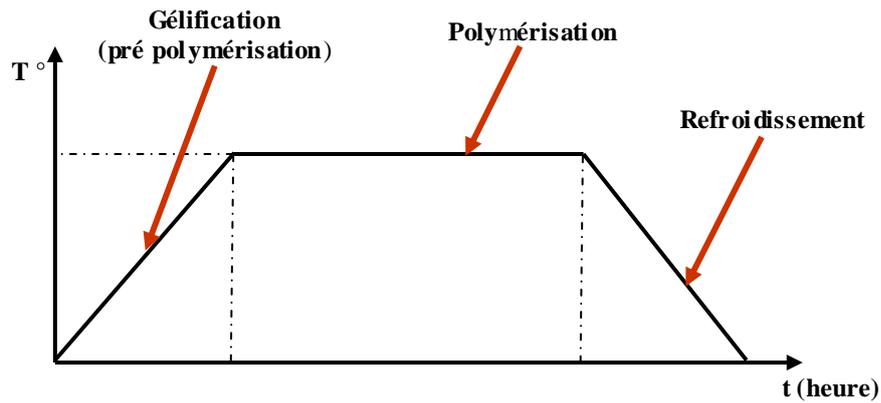


Figure 1.5: Cycle de polymérisation des structures composites.

Un tel cycle se compose de trois phases, la première correspond à l'élimination des volatils et à la gélification de la matrice, suivie d'une seconde phase de polymérisation à plus haute température qui permet d'atteindre le taux de réticulation souhaité et enfin le refroidissement de la structure. Au cours de ces étapes de polymérisation, la fibre et la matrice subissent des variations dimensionnelles et le matériau isotrope (liner) subit aussi à des variations dimensionnelles. Lors du refroidissement de l'assemblage, des contraintes internes d'origines thermiques sont développées dans les couches composites et un petit espace (gap) apparaît entre la partie isotrope (liner) et la partie orthotrope (composite).

Le développement des contraintes résiduelles d'origines thermiques et la création d'un gap entre le liner et le composite ont poussés les chercheurs à approfondir la question.

L'objectif du travail de Moncel [20] est d'appréhender les difficultés rencontrées lors de la fabrication et de la modélisation des assemblages de matériaux à coefficients de dilatation différents. Dans le cas d'un assemblage à haute température, des contraintes dues à la différence entre les coefficients de dilatation du cuivre et le composite (cf. Figure 1.6) apparaissent lors du refroidissement.

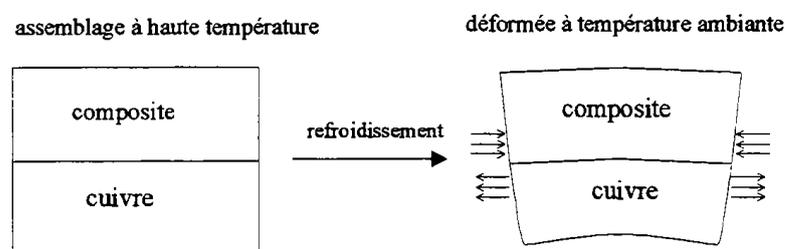


Figure 1.6: Naissance des contraintes résiduelles sur l'assemblage cuivre/composite [20].

Lors de cette phase, le cuivre se contracte de manière plus importante que le composite. Les contraintes parallèles à l'interface sont donc de compression pour le composite et de traction pour le cuivre. Cela entraîne une courbure de l'assemblage et crée des contraintes de flexion. Au cours de ce travail présenté par Moncel [20], des modèles analytiques permettant d'évaluer ces contraintes ont été réalisées. D'après cet auteur, la modélisation analytique de ces contraintes est possible, à condition de simplifier le comportement des matériaux.

Plusieurs auteurs ont montré que l'usage des matériaux ductiles pouvait limiter les contraintes résiduelles. L'avantage d'un matériau à forte plastification par rapport à un matériau à coefficient de dilatation intermédiaire a clairement été démontré lors de l'étude d'assemblages nitrure de silicium/acier [20].

La démarche qui permettra de fermer le gap et de réduire les contraintes résiduelles d'origine thermique par la plastification du liner est connue sous le nom « frettage » ou « timbrage ». Cette méthode d'assemblage est utilisée aujourd'hui dans de nombreuses applications industrielles. En début du chargement, la pression est appliquée juste sur le liner, jusqu'à ce que le liner entre en contact avec le composite et afin de ne pas avoir un retrait du liner, la pression est augmentée jusqu'à plastification et écrasement du liner sur le composite.

Dans ce sens, plusieurs travaux ont été réalisés par voies analytique, numérique et expérimentale afin de caractériser et d'analyser le comportement des structures composites sous divers chargements mécanique, thermique ou les deux à la fois. Au Laboratoire de Mécanique Appliquée Raymond Chaléat de Besançon, l'étude expérimentale et la modélisation (analytique et numérique) du comportement mécanique des structures multicouches formées d'une matrice polymère renforcée par des fibres longues, ont été réalisés depuis plusieurs années [21] et [22].

Les différents essais ont portés sur plusieurs formes de structures, tubes cylindriques, carrés et dernièrement sur des réservoirs fournis par la société Air liquide [23]. Selon les objectifs tracés pour chaque travail, plusieurs modes de chargements ont été effectués: traction-torsion-pression interne, pression interne pure avec ou sans effet de fond, ...etc. Au cours du travail de Carbillet [21], des essais numériques et expérimentaux (figure I.7) ont été réalisés sur des structures stratifiées tubulaires $[\pm 55^\circ]_{12}$ combinant traction et pression interne. Ce mode de chargement qui ressemble au type de chargement adopté en cours de ce travail et qui sera détaillé dans le chapitre 2.

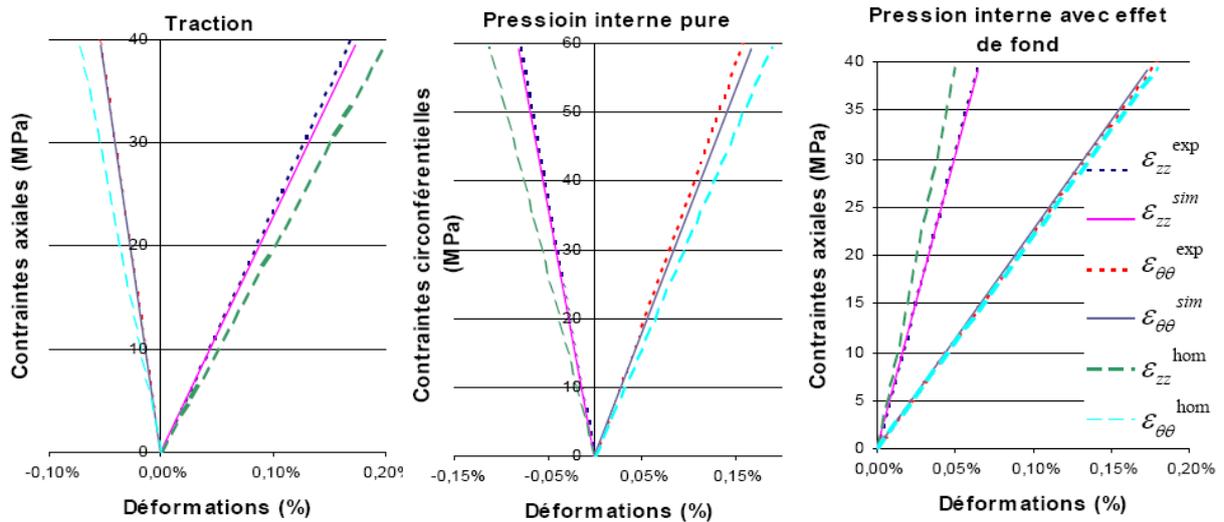


Figure 1.7: Comparaison expérience-simulation en élasticité sur un tube composite [21].

Sur le plan théorique ou analytique, deux grandes théories ont été utilisées, la théorie classique des stratifiés [24], [25] et la théorie d'élasticité [26], [27], [28], [29]. La première qui suppose que les stratifiés composites sont dans un état de contraintes planes, ne prévoit aucune contraintes dans la direction de l'épaisseur. La deuxième montre que les contraintes radiales développées à travers l'épaisseur ont une grande influence sur le choix des séquences d'empilements.

La théorie classique des stratifiés est également à la base du travail de Parnas et coll [24], elle développe une procédure analytique pour la conception et la prédiction du comportement d'un réservoir sous pression en combinant l'effet mécanique et celui hygrothermique. La pression interne, la force axiale, la force de la masse due à la rotation en ajoutant la température et la variation de l'humidité à travers le corps sont considérées comme charge. La procédure se base aussi sur le modèle de déformation plane généralisé pour la formulation du problème élastique.

De par l'axisymétrie du chargement, le problème est simplifié à une fonction de contrainte dépendant seulement du rayon r . Dans le même cadre de théorie, Zheng et coll [25] focalise son travail sur l'analyse des contraintes et de la pression d'éclatement de la section cylindrique d'un réservoir de type III. L'algorithme de résolution présenté par [25] analyse le comportement élastoplastique du liner d'un coté et l'endommagement du composite.

La théorie d'élasticité a été utilisée dans plusieurs travaux de recherche, comme outil de dimensionnement de différentes structures à base de composite. En se basant sur cette

théorie, Varga [29] élabore un modèle de dimensionnement, en calculant les contraintes et déformations sur la section critique du réservoir, c'est-à-dire la partie cylindrique. Le liner en aluminium est caractérisé par un écoulement élastoplastique et le composite en verre/époxy par un comportement élastique. Les résultats du modèle analytiques et les résultats expérimentaux obtenus, présentés dans la [figure 1.8](#) montrent une bonne concordance. Au cours de ce travail, une méthodologie de la réalisation des réservoirs métalliques renforcés par des matériaux plastiques est présentée. Ce type de réservoir est destiné au stockage du gaz naturel comprimé GNC. La fiabilité de la méthode de conception ainsi que les avantages de la solution structurale choisie ont été éprouvés par la fabrication et l'essai sur des prototypes de réservoirs.

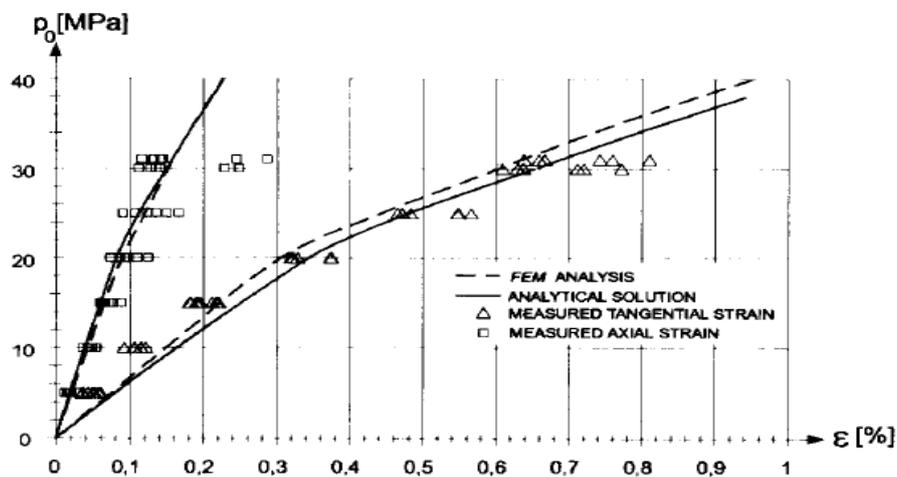


Figure 1.8: Déformations mesurées et calculées à la paroi externe du réservoir [29].

Le mode de fabrication des prototypes a permis d'avoir une apparition d'endommagement au niveau du liner par fatigue. Ce qui entrainera une perte d'intégrité totale de la structure par accroissement du chargement de pression. Les résultats des essais ont indiqué la possibilité de réduire l'épaisseur du liner.

Dans le même contexte, Xia et coll [26] essaye de fournir une base analytique pour la recherche des propriétés mécaniques d'un tube multicouche. Le modèle élaboré est basé sur la théorie d'élasticité. La structure étudiée est soumise à un chargement uniforme de pression interne et il vérifie les conditions de continuité des contraintes et des déplacements à travers l'épaisseur. Les résultats obtenus révèlent l'effet du mode d'empilement sur les variations des contraintes et des déformations comme l'indiquent les [figures 1.9](#) et [1.10](#).

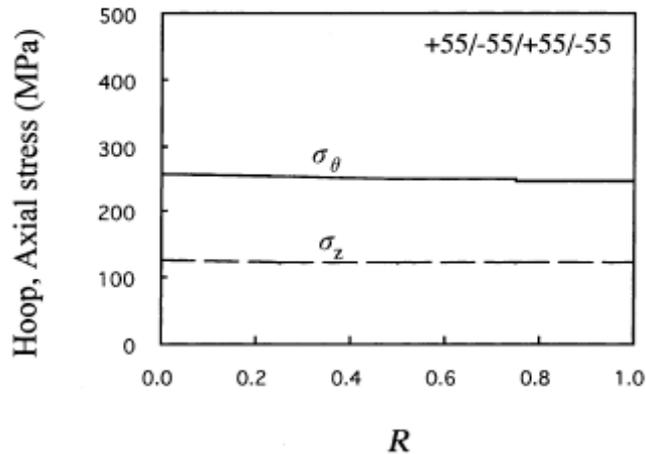


Figure 1.9 : Variation des contraintes axiale et circonférentielle à travers l'épaisseur du tube composite [26].

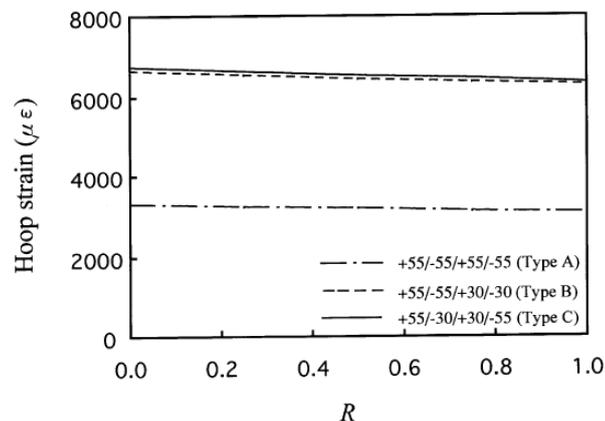


Figure 1.10: Variation de la déformation à travers l'épaisseur du tube composite [26].

Comme première approche, Chapelle et coll [28] développe une analyse du comportement d'une partie cylindrique d'un réservoir composite enroulé sur un liner en aluminium, destiné au stockage d'hydrogène. Cette analyse est basée sur la théorie d'élasticité. Dans ce travail, le modèle de comportement prend en considération le comportement élastoplastique du liner, ainsi que l'endommagement du composite. Ce travail présente un outil de dimensionnement pour la conception des réservoirs destinés au stockage d'hydrogène.

Les travaux présentés par Hocine et all. [30], [31], [32], [33] se sont focalisés sur le développement d'un outil de dimensionnement d'un réservoir composite enrobé sur un liner métallique (Les structures étudiées sont soumises à un chargement uniforme de pression interne avec effet de font). Dans ces travaux, un modèle de comportement d'une solution hybride de stockage d'hydrogène est développé. Hocine et coll [30] développe un modèle s'appuie sur une analyse expérimentale et sur une approche numérique.

Sayman [34] reste dans le même cadre, mais il s'intéresse à l'effet thermique sur les composites. Au cours de ce travail, il développe une analyse des contraintes hygrothermiques qui prennent place dans les multicouches minces ou épaisses des réservoirs composites pour les cas de chargement axialement symétrique de température uniforme ou parabolique. Une partie des résultats obtenus a été comparée à ceux d'une analyse numérique effectuée sous ANSYS.

Plusieurs matériaux ont été utilisés pour la fabrication, du liner, selon le projet SOLHY [35], l'alliage d'aluminium 6060T6, présenté dans le [tableau 1.2](#), pourra jouer un rôle important dans l'architecture envisagée pour le stockage de l'hydrogène. D'autre part, l'aluminium est couramment utilisé car il est léger, facile à mettre en oeuvre et peu sensible aux phénomènes de fragilisation par l'hydrogène [36], [37].

Alliage	Si	Mg	Mn	Fe	Cr
6060 T6	0.39	0.430	0.007	0.188	0.002

Tableau 1.2 : Composition chimique de l'alliage d'Aluminium 6060T6 [37].

Des essais de caractérisations ont été entrepris afin de déterminer les propriétés mécaniques des aluminiums. Rambaud [38] s'intéresse à la détermination du module d'Young de l'aluminium 6060 T5, la loi de comportement du matériau est obtenue par un essai de traction sur une éprouvette. L'éprouvette est usinée dans une plaque d'aluminium de ce type, deux jauges et un capteur de déformation sont ensuite placés sur cette dernière pour mesurer les déformations en fonction de la contrainte (cf. [Figure 1.11](#)).

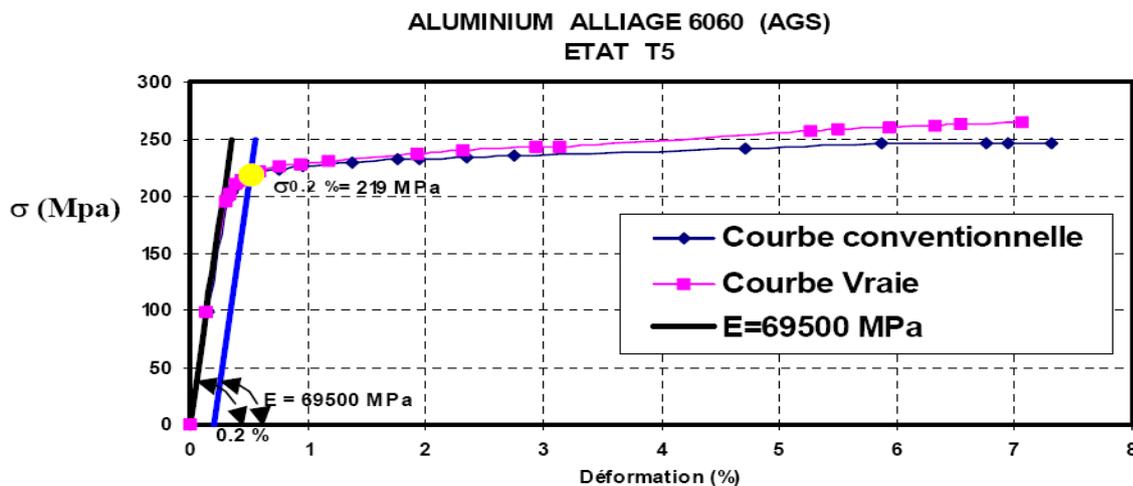


Figure 1.11: Essai de traction sur une éprouvette en aluminium 6060T5 [38].

C'est à partir de la courbe contrainte déformation que nous déterminons le module d'Young. La [figure 1.11](#) indique clairement que l'aluminium 6060T5 est caractérisé par un comportement élastique jusqu'à atteindre le seuil plastique dont l'allure est régie par un écoulement plastique.

1.4.5- Propriétés de la structure composite

Les contraintes mécaniques qui ne sont que peu ou pas du tout encaissées par l'enveloppe étanche, sont transmises à la structure travaillante en composite. Elle est donc chargée de supporter les pressions de plus en plus élevées auxquelles vont être soumis les réservoirs.

Parmi les matériaux les plus utilisés dans la fabrication des enceintes sous pression, nous trouvons le couple verre/époxy et le couple carbone/époxy. La fibre de carbone s'impose comme un des meilleurs choix d'aujourd'hui pour la réalisation de cette structure renforçant [25]. En effet, ce matériau « nouveau », dont le prix au kilogramme a beaucoup baissé, a vu ses qualités intrinsèques s'améliorer [39].

Le [tableau 1.3](#) permet de comprendre pourquoi la fibre de carbone est souvent retenue pour la confection des réservoirs.

Caractéristiques	Tissus avec des fibres verre	Tissus avec des fibres d'aramide	Tissus avec des fibres de carbone
Résistance à la traction	Très bonne	Très bonne	Très bonne
Résistance à la compression	Bonne	Faible	Bonne
Raideur	Faible	Grande	Très grande
Résistance à la fatigue statique	Faible	Bonne	Excellente
Résistance à la fatigue cyclique	Assez bonne	Bonne	Excellente
Densité	Assez faible	Très faible	Faible
Résistance aux produits chimiques	Faible	Bonne	Très bonne
Coûts	Bon	Assez cher	Cher

Tableau 1.3: Comparaison entre fibres composites [39].

On sait que pour les composites, la nature des constituants, la proportion de ceux-ci et l'orientation des renforts ou fibres sont prépondérantes. D'après son cahier des charges, le concepteur, en modifiant ces différents paramètres, peut changer le comportement mécanique et physique de ce genre de matériau. L'angle d'enroulement φ des fibres doit être choisi tel que le composite supporte au mieux les sollicitations auxquelles il sera soumis en conditions réelles [40] et [41].

D'après Vasiliev [14], généralement, dans la technologie de l'enroulement filamentaire des réservoirs sous pression, on utilise le stratifié $[\pm\theta/90]$. Les plis hélicoïdaux forment une géodésique bombée et la couche circonférentielle est ajoutée pour renforcer la partie cylindrique du réservoir. Dans cette technique de fabrication, les deux plis adjacents $+\theta$ et $-\theta$, peuvent être considérés comme une seule unité orthotropique et les autres plis sont orientés à 90° .

1.5- Conclusion

Ce chapitre a permis de faire un état sur le sujet présenté dans ce travail. On a évoqué les modes existants de stockage de l'hydrogène, le choix de matériaux adoptés à ce stockage, des solutions diverses et variées répondant à la fonction de stockage de l'hydrogène ont été exposées. Enfin différents travaux menés dans le stockage des produits gazeux ont été présentés.

Dans Le chapitre 2 on va présenter un modèle analytique du comportement du réservoir de type III prenant en compte l'effet de pression au cours du chargement. En se basant sur le travail présenté par Hocine [33].

Sommaire

2.1- Introduction	18
2.2- Hypothèses et mises en équations	18
2.2.1- Analyse des déplacements, des contraintes et des déformations	18
2.2.2- Lois de comportement	20
2.3- Comportement du liner	20
2.4- Comportement du composite	21
2.4.1- Monocouche vierge	21
2.4.2- Monocouche endommagé	24
2.4.2.1- Mise en évidence des différents endommagements et fissures	25
2.4.2.2- Effet de l'endommagement sur les souplesses	26
2.4.2.3- Définitions des variables d'endommagement	27
2.4.2.4- Cinétique de l'endommagement	29
2.5- Mise en forme du problème	32
2.6- Condition aux limites	33
2.7- Algorithme de résolution	35
2.8- Conclusion	37

2.1- Introduction

L'étude du comportement mécanique d'une structure en matériau composite passe par la détermination du champ de contraintes et de déformation en tout point de la structure.

Dans ce chapitre on va présenter la modélisation analytique en chargement statique de la solution de stockage. Dans un premier temps, on pose les hypothèses définissant les limites d'application du modèle et les équations qui en découlent dans le cadre de la théorie de l'élasticité.

Actuellement plusieurs travaux de recherche sont concentrés sur les contraintes et sur l'analyse de la rupture de la partie cylindrique du réservoir composite, où la grandeur des résultats obtenus reflète le comportement de la totalité de la structure. Dans ce sens, le modèle élaboré dans ce chapitre ne s'intéresse qu'à la section cylindrique du réservoir de stockage.

2.2- Hypothèses et mise en équations

2.2.1- Analyse des déplacements, des contraintes et des déformations

On considère une structure cylindrique multicouche de rayons interne r_0 et externe r_a comme le montre la [figure 2.1](#). On définit les coordonnées cylindriques radiale (r), circonférentielle (θ) et axiale (z). Si on se place dans le cas où la structure est soumise à un chargement thermomécanique axisymétrique, et la prise en considérations de l'hypothèse qui précise que la structure demeure axisymétrique, nous pouvons écrire que les états de contraintes et de déformations sont indépendants de la coordonnée circonférentielle

$$\theta \left(\frac{\partial}{\partial \theta} = 0 \right).$$

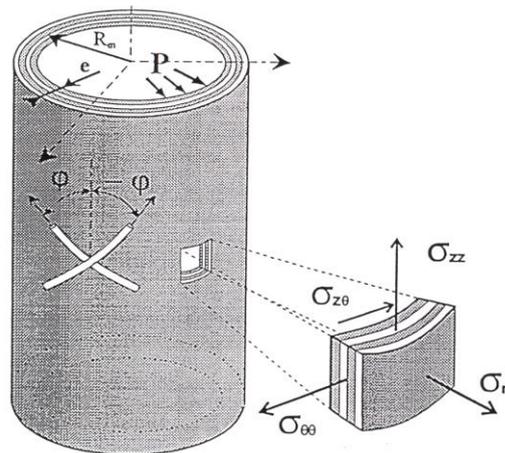


Figure 2.1 : Etat de contrainte dans un tube multicouche.

Par ailleurs, les déplacements radiaux et axiaux ne dépendent respectivement que de z et de r . Dès lors, le champ de déplacement peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} U_r = U_r(r) \\ U_\theta = U_\theta(r, z) \\ U_z = U_z(z) \end{cases} \quad (2.1)$$

Dans le contexte d'un chargement uniforme, les relations déformations –déplacements pour la structure constituée de k couches, peuvent s'écrire pour la couche (k) :

$$\begin{cases} \varepsilon_r^{(k)} = \frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial r}, \varepsilon_\theta^{(k)} = \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{U_r^{(k)}}{r}, \varepsilon_z^{(k)} = \frac{\partial U_z^{(k)}}{\partial z} \\ \gamma_{z\theta}^{(k)} = \frac{1}{r} \frac{\partial U_z^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial U_\theta^{(k)}}{\partial z}, \gamma_{zr}^{(k)} = \frac{\partial U_z^{(k)}}{\partial r} + \frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial z} \\ \gamma_{\theta r}^{(k)} = \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial \theta} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{U_\theta^{(k)}}{r} \right) \end{cases} \quad (2.2)$$

Ensuite, on considère que la déformation axiale est homogène dans le sens transversal et longitudinal dans la structure du tube et que la rotation du cylindre $\gamma_{z\theta}$ est indépendante de z .

Alors, les équations (2.2) se réduisent à la formulation qui suit $\left(\frac{\partial}{\partial \theta} = 0 ; \frac{\partial}{\partial z} = 0 \right)$:

$$\begin{cases} \varepsilon_r^{(k)} = \frac{\partial U_r^{(k)}}{\partial r}, \varepsilon_\theta^{(k)} = \frac{U_r^{(k)}}{r}, \varepsilon_z^{(k)} = \frac{\partial U_z^{(k)}}{\partial z} = \varepsilon_0 \\ \gamma_{z\theta}^{(k)} = \frac{\partial U_\theta^{(k)}}{\partial z} = \gamma_0 r, \gamma_{zr}^{(k)} = 0, \gamma_{\theta r}^{(k)} = \frac{\partial U_\theta^{(k)}}{\partial r} - \frac{U_\theta^{(k)}}{r} \end{cases} \quad (2.3)$$

Où γ_0 est la rotation du tube par unité de longueur.

Quant aux équations d'équilibre, en coordonnées cylindriques, elles prennent la forme suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_r^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta r}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}^{(k)}}{\partial z} + \frac{\sigma_r^{(k)} - \sigma_\theta^{(k)}}{r} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{\theta r}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{z\theta}^{(k)}}{\partial z} + \frac{2\sigma_{\theta r}^{(k)}}{r} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{zr}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{z\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z^{(k)}}{\partial z} + \frac{\sigma_{zr}^{(k)}}{r} = 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

Ce système se réduit à la formulation qui suit le contexte de cette étude, soit :

$$\left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \theta} = 0, \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial z} = 0 \right) :$$

$$\frac{d\sigma_r^{(k)}}{dr} + \frac{\sigma_r^{(k)} - \sigma_\theta^{(k)}}{r} = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{d\sigma_{\theta r}^{(k)}}{dr} + \frac{2}{r} \tau_{\theta r}^{(k)} = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{d\tau_{zr}^{(k)}}{dr} + \frac{\tau_{zr}^{(k)}}{r} = 0 \quad (2.7)$$

A partir des équations (2.6) et (2.7), on peut déduire les expressions suivantes :

$$\begin{cases} \tau_{\theta r}^{(k)} = \frac{A^{(k)}}{r^2} \\ \tau_{zr}^{(k)} = \frac{B^{(k)}}{r} \end{cases} \quad (2.8)$$

2.2.2- Lois de comportement

Dans cette partie, nous nous intéressons à définir les lois de comportement de chaque couche constituant la structure étudiée. La loi de comportement d'une couche de la structure est écrite sous chargement thermomécanique sous la forme suivante :

$$\varepsilon = S \sigma + \alpha I \Delta T \quad (2.9)$$

$$\sigma = C(\varepsilon - \alpha I \Delta T) \quad (2.10)$$

On note que la variation des températures dans l'épaisseur n'est pas prise en compte dans la présente étude.

2.3- Comportement du liner

On s'attache dans ce paragraphe à décrire le comportement du liner. Le comportement isotrope du liner en aluminium permet d'écrire directement le tenseur de souplesse élastique dans le repère cylindrique sous la forme suivante :

$$S_e^L = \begin{bmatrix} S_{11}^L & S_{12}^L & S_{13}^L & 0 & 0 & 0 \\ S_{21}^L & S_{22}^L & S_{23}^L & 0 & 0 & 0 \\ S_{31}^L & S_{32}^L & S_{33}^L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44}^L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55}^L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66}^L \end{bmatrix}$$

Avec :

$$\begin{cases} S_{11}^L = S_{22}^L = S_{33}^L = \frac{1}{E^L} \\ S_{23}^L = S_{12}^L = S_{13}^L = \frac{-\nu^L}{E^L} \\ S_{44}^L = S_{55}^L = S_{66}^L = \frac{1}{G^L} \end{cases} \quad (2.11)$$

E^L , ν^L , G^L Sont respectivement le module de Young, le coefficient de Poisson et le module de cisaillement du matériau du liner.

Les liners métalliques, obtenus par emboutissage, sont caractérisés par une anisotropie. La prise en considération de ce comportement permettra de refléter le comportement réel de notre solution de stockage.

L'incrément de la déformation du liner s'exprime par l'équation ci-dessous :

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^t = S_e^L d\sigma + \alpha I \Delta T \quad (2.12)$$

2.4- Comportement composite

2.4.1- Monocouche vierge

Le composite est anisotrope et la description de son comportement nécessite de tenir compte de l'orientation φ des ses fibres (cf. Figure 2.2). Pour cela, on définit le repère cartésien (X, Y, Z) , le repère cylindrique (r, θ, z) et le repère locale de la fibre (x, y, z) , où x et y sont les axes principaux des directions longitudinale et transversale des fibres respectivement.

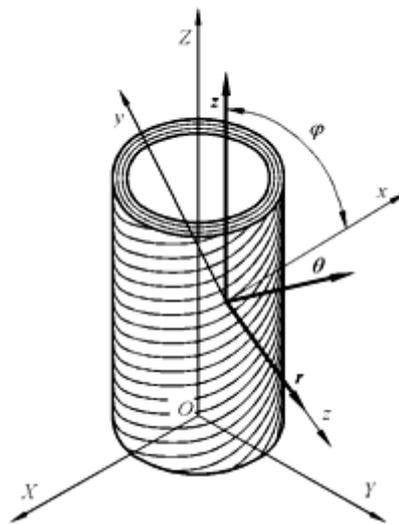


Figure 2.2 : Relations entre les coordonnées cylindriques et les coordonnées de références du composite [33].

Les propriétés élastique de ce type de matériaux sont : E_x module longitudinale dans le son fibre, E_y et E_z sont les modules transversales dans les directions des axes y et z respectivement, G_{xy} , G_{xz} et G_{yz} module de cisaillement, ν_{zy} et ν_{zy} sont les coefficients de Poisson dans le plan $x-z$ et $x-y$ respectivement, γ_{xy} est la déformation de cisaillement dans le plan $x-y$.

La distribution des fibres pour un composite unidirectionnel est similaire dans les directions Y et Z . Les caractéristiques matériaux sont en conséquence équivalents dans les plans Y et Z :

$$E_y = E_z, G_{xy} = G_{xz}$$

$$v_{xy} = v_{yx}, G_{xy} = \frac{E_y}{2 \times (1 + v_{xy})}$$

Le mode de réalisation par enroulement filamentaire confère une isotropie transverse aux couches de renfort. La figure 2.3 montre le système de coordonnées de l'unidirectionnel. Les composantes de la matrice de souplesse s'écrivent comme suit :

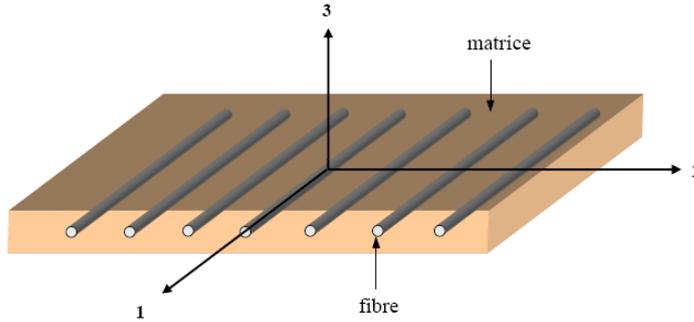


Figure 2.3 : Système de coordonnées de l'unidirectionnel [22].

$$S^C = \begin{bmatrix} S_{11}^C & S_{12}^C & S_{13}^C & 0 & 0 & 0 \\ S_{21}^C & S_{22}^C & S_{23}^C & 0 & 0 & 0 \\ S_{31}^C & S_{32}^C & S_{33}^C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44}^C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55}^C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66}^C \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} S_{11}^C = \frac{1}{E_x}, S_{12}^C = S_{13}^C = \frac{v_{xy}}{E_x} \\ S_{22}^C = S_{33}^C = \frac{1}{E_y}, S_{23}^C = \frac{v_{yz}}{E_y} \\ S_{44}^C = S_{55}^C = S_{66}^C = \frac{1}{G_{xy}} \end{cases} \quad (2.13)$$

$$E_y = E_z, v_{xy} = v_{xz}$$

Les relations qui suivent permettent d'exprimer les vecteurs déformations et celui de contraintes dans le repère fibre [17].

$$\dot{\varepsilon} = T_\varepsilon \varepsilon \quad (2.14)$$

Avec :

$$T_\varepsilon = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi & \sin^2 \varphi & 0 & 0 & 0 & 2 \sin \varphi \cos \varphi \\ \sin^2 \varphi & \cos^2 \varphi & 0 & 0 & 0 & -2 \sin \varphi \cos \varphi \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ -\sin \varphi \cos \varphi & \sin \varphi \cos \varphi & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \end{bmatrix}$$

$$\sigma = T_\sigma \sigma \quad (2.15)$$

Avec :

$$T_\sigma = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi & \sin^2 \varphi & 0 & 0 & 0 & \sin \varphi \cos \varphi \\ \sin^2 \varphi & \cos^2 \varphi & 0 & 0 & 0 & -\sin \varphi \cos \varphi \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ -2 \sin \varphi \cos \varphi & 2 \sin \varphi \cos \varphi & 0 & 0 & 0 & \cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi \end{bmatrix}$$

Pour vérifier la résistance de la partie composite, on utilise le critère de rupture de TSAI-WU. Ce critère admet que la rupture du composite n'est atteinte que lorsque l'inégalité suivante est vérifiée [17]:

$$F_{11} (\sigma_x^{(k)})^2 + F_{22} (\sigma_y^{(k)})^2 + F_{66} (\sigma_{yx}^{(k)})^2 + 2F_{12} \sigma_y^{(k)} \sigma_x^{(k)} + F_1 \sigma_x^{(k)} + F_2 \sigma_y^{(k)} \leq 1 \quad (2.16)$$

$$\begin{cases} F_1 = \frac{1}{\sigma_{xU}} - \frac{1}{\sigma'_{xU}}, F_2 = \frac{1}{\sigma_{yU}} - \frac{1}{\sigma'_{yU}}, F_{11} = \frac{1}{\sigma_{xU} \times \sigma'_{xU}} \\ F_{22} = \frac{1}{\sigma_{yU} \times \sigma'_{yU}}, F_{66} = \frac{1}{\sigma_{yxU}^2}, F_{12} = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{(\sigma_{xU} \times \sigma'_{xU}) \times (\sigma_{yU} \times \sigma'_{yU})}} \end{cases} \quad (2.17)$$

Où $\sigma_{xU}, \sigma'_{xU}, \sigma_{yU}, \sigma'_{yU}$ sont les contraintes de rupture en traction en compression et en cisaillement.

Pour un élément coque en composite de la structure cylindrique (cf. [Figure2.2](#)), les relations contraintes déformation d'une couche k, pour des matériaux anisotropes, sont données par [17]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \sigma_r \\ \tau_{\theta r} \\ \tau_{zr} \\ \tau_{z\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_z - \alpha_z \Delta T \\ \varepsilon_\theta - \alpha_\theta \Delta T \\ \varepsilon_r - \alpha_r \Delta T \\ \gamma_{\theta r} \\ \gamma_{zr} \\ \gamma_{z\theta} \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

Pour un multicouche, les coefficients de dilatation thermique $\alpha_r, \alpha_\theta, \alpha_z$, sont déterminés à l'aide de l'expression suivante :

$$\{\acute{\alpha}\} = [T_\varepsilon] \{\alpha\} \quad (2.19)$$

C'est-à-dire

$$\begin{pmatrix} \alpha_z \\ \alpha_\theta \\ \alpha_r \end{pmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \cos^2 \varphi & \sin^2 \varphi & \cos \varphi \sin \varphi \\ \sin \varphi \cos \varphi & \cos^2 \varphi & -\sin \varphi \cos \varphi \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{(k)} \times \begin{pmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{pmatrix}^{(k)}$$

2.4.2- Monocouche endommagé

Par définition, l'endommagement est la création de micro fissures ou de vides au sein du matériau. L'apparition de ces discontinuités microscopiques affecte le comportement de l'unidirectionnel. La capacité des matériaux composites à assurer leurs fonctions en présence de forts taux d'endommagement impose une modélisation précise de ce phénomène. Un matériau est vierge de tout endommagement s'il est dépourvu de ces micro-défauts. L'accumulation de ces défauts conduit à la rupture du monocouche, c'est-à-dire l'existence d'une fissure macroscopique. La théorie de l'endommagement décrit l'évolution des phénomènes entre l'état initial supposé vierge et l'amorce de la fissure macroscopique (figure 2.4).

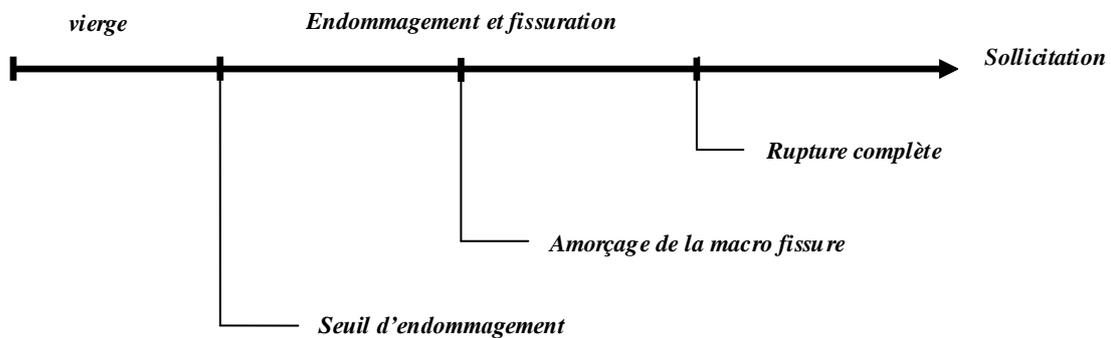


Figure 2.4 : Evolution de l'état de l'unidirectionnel

L'endommagement considéré ici est lié à la fissuration de la matrice parallèlement aux fibres et à la décohésion fibre-matrice (figure 2.5). Le délaminage n'est pas pris en compte dans le

comportement du monocouche, car il dépend des propriétés de l'interface plutôt que du pli. Les deux types de défaut seront considérés comme des microfissures.

Le matériau devient donc biphasique : une phase correspondant au matériau vierge et une phase de défauts. Les défauts sont supposés répartis de façon homogène.

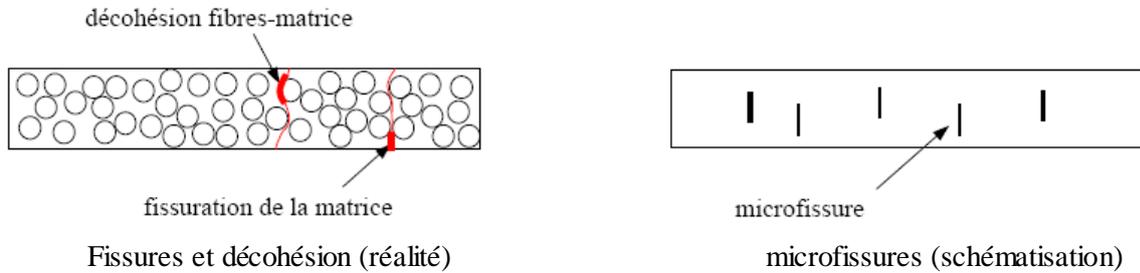


Figure 2.5 : Schématisation de l'unidirectionnel endommagé.

4.2.1- Mise en évidence des différents endommagements et fissures

La figure 2.6 schématise les différents stades d'endommagement lors d'un essai à rupture sur un composite. De plus, la figure 2.7 présente les différents types de fissures.

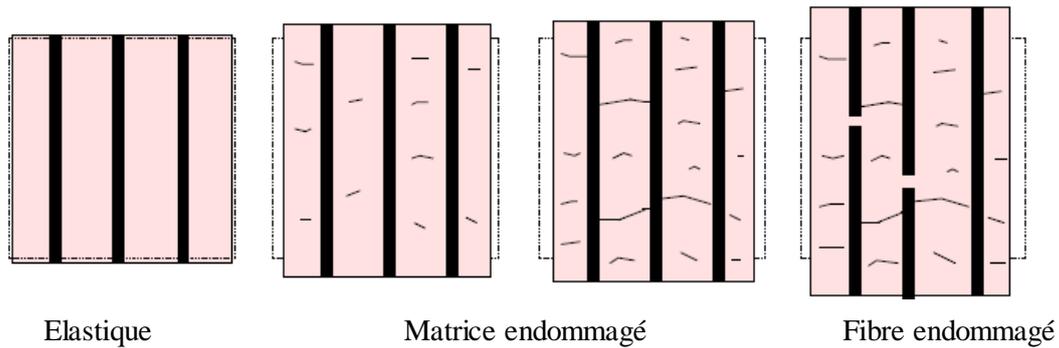


Figure 2.6: Phénomènes d'endommagement matriciel et de rupture des fibres dans un composite [22].

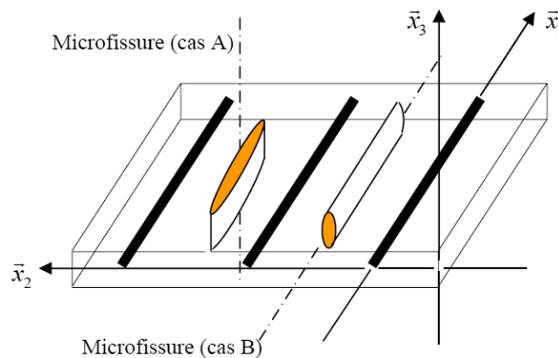


Figure 2.7 : Géométrie des fissures.

2.4.2.2- Effet de l'endommagement sur les souplesses

Le tenseur des souplesses de l'unidirectionnel endommagé peut s'exprimer en fonction du tenseur des souplesses de l'unidirectionnel vierge et d'un tenseur \mathbf{H} [22] :

$$\tilde{\mathbf{S}} = \mathbf{S} + \mathbf{H} \quad (2.20)$$

Si l'on considère que l'endommagement peut être caractérisé par une microfissuration parallèle aux fibres, on peut donc écrire le tenseur \mathbf{H} sous la forme [22] :

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{22}(\sigma, \varepsilon) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H_{44}(\sigma, \varepsilon) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{66}(\sigma, \varepsilon) \end{bmatrix}$$

Pour prendre en compte ce qu'il est convenu d'appeler le caractère unilatéral de l'endommagement, ce tenseur s'exprime en fonction de l'état de contrainte et de déformation (σ, ε) . La rigidité transverse de la monocouche dépend par exemple du signe de la contrainte transverse σ_2 (figure 2.8).

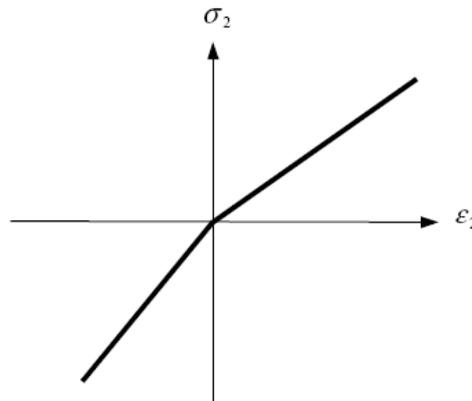


Figure 2.8 : Courbe contrainte-déformation en traction-compression transverse [22]

Les effets de l'état de contrainte et de déformation sur le tenseur \mathbf{H} peuvent être complexes. Dans le modèle développé ici, on fera une hypothèse simplificatrice : seul la différence de comportement entre traction et compression transverses sera prise en compte.

Les coefficients H_{44} et H_{66} sont supposés indépendants de contrainte et de déformation. Le tenseur \mathbf{H} peut alors s'écrire :

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{22}H(\sigma, \varepsilon) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & H_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & H_{66} \end{bmatrix}$$

Si $\sigma_2 < 0$ (fissures fermées), le module transverse effectif \bar{E}_2 est donc considéré égal au module E_2 . Les composantes du tenseur H peuvent être reliées à la densité de microfissuration d à l'aide d'une méthode auto-cohérente fondée sur un calcul d'énergie élastique [42]. Pour ce faire, il est nécessaire de faire une hypothèse sur la forme des microfissures. La figure 2.9 illustre l'orientation des fissures.

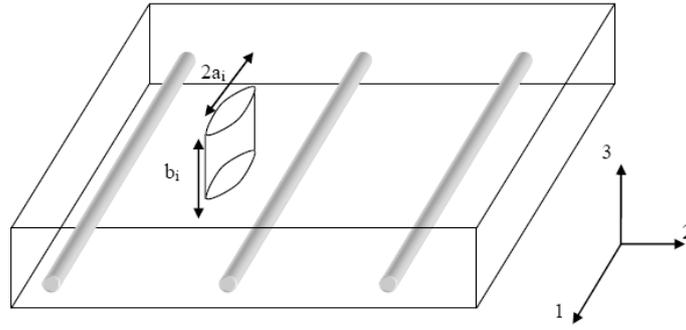


Figure 2.9: Orientation et forme des microfissures

$$\begin{cases} H_{22} = \frac{\pi \times d}{2\sqrt{2}} [S_{11} \times (S_{22} + H_{22})]^{1/2} \left[\left(\frac{S_{22} + H_{22}}{S_{11}} \right)^{1/2} + \frac{2S_{12} + S_{66} + H_{66}}{2S_{11}} \right]^{1/2} \\ H_{44} = \frac{\pi \times d}{2\sqrt{2}} [S_{55} \times (S_{22} + H_{22})]^{1/2} \\ H_{66} = \frac{\pi \times d}{2\sqrt{2}} \times S_{11} \left[\left(\frac{S_{22} + H_{22}}{S_{11}} \right)^{1/2} + \frac{2S_{12} + S_{66} + H_{66}}{2S_{11}} \right]^{1/2} \end{cases} \quad (2.21)$$

$$d = \sum \frac{4 \times a_i^2 \times b_i}{V} \quad (2.22)$$

Où V est le volume de l'unidirectionnel et a_i et b_i respectivement l'ouverture et la longueur et des microfissures.

2.4.2.3- Définitions des variables d'endommagement

On peut alors définir trois variables d'endommagement (cf. figure 2.10):

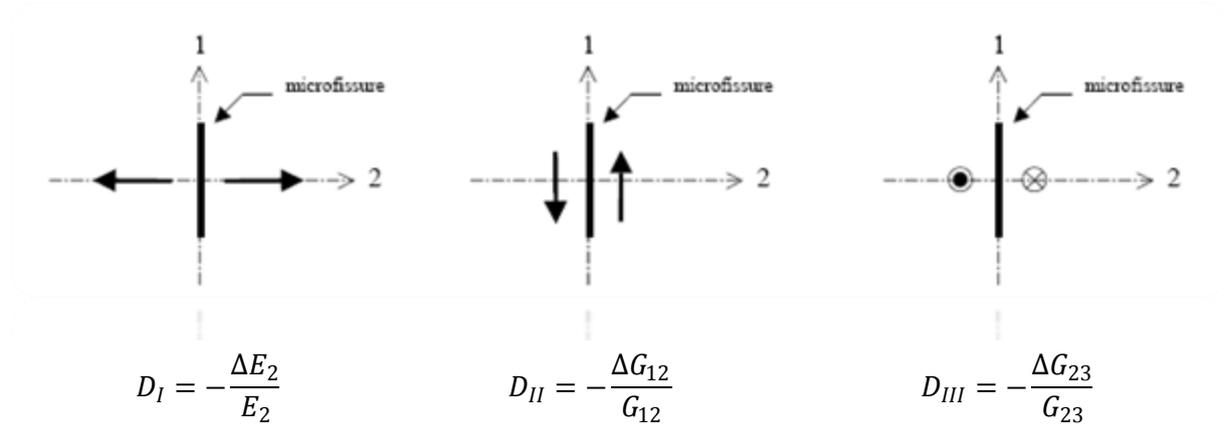


Figure 2.10 : Définitions des variables d'endommagement [22]

D_I , D_{II} et D_{III} caractérisent respectivement la diminution du module transverse E_2 et des modules de cisaillement G_{12} et G_{23} . Ces trois variables d'endommagement peuvent également s'exprimer en fonction des souplesses [22] :

$$\begin{cases} D_I = 1 - \frac{S_{22}}{S_{22}+H_{22}} \\ D_{II} = 1 - \frac{S_{66}}{S_{66}+H_{66}} \\ D_{III} = 1 - \frac{S_{44}}{S_{44}+H_{55}} \end{cases} \quad (2.23)$$

Le système d'équation (2.20) permet de traduire après élimination de d , les relations entre D_I , D_{II} et D_{III} . On obtient :

$$\begin{cases} D_{II} = 1 - S_{66} \left[S_{66} + \frac{D_I}{(1-D_I)^{1/2}} \times (S_{11} \times S_{22})^{1/2} \right]^{-1} \\ D_{III} = 1 - S_{44} \left[S_{44} + \frac{D_I}{(1-D_I)^{1/2}} \times S_{22} \right]^{-1} \end{cases} \quad (2.24)$$

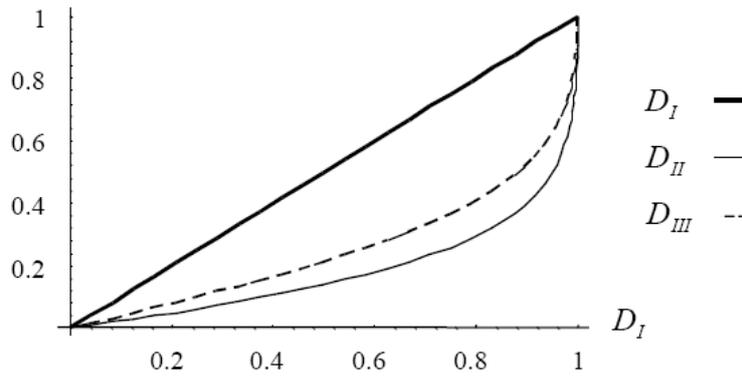


Figure 2.11: Relation entre les trois modes d'endommagement [22]

(verre/époxy : $E_1=40$ GPa, $E_2 =10$ GPa, $\nu_{12}= 0.3$, $G_{12}=6$ GPa, $\nu_{23}=0.07$)

D_{II} et D_{III} dépendent donc de la seule variable interne D_I (cf. Fige2.11). Les souplesses du monocouche endommagé peuvent donc s'exprimer en fonction de cette seule variable interne (et du signe de σ_2). Dès lors deux conclusion s'imposent :

La connaissance de la cinétique de D_I permet de connaître la variation du module transversal E_2 et donc de connaître l'évolution complète des raideurs du monocouche donc de connaître son état de dégradation.

La dégradation du monocouche est contrôlée par les caractéristiques élastiques des matériaux et ses modes de dégradation sont déterminés des le choix des constituants.

Portées dans le système (2.23), les relations (2.24) permettent d'exprimer le tenseur \mathbf{H} en fonction de la variable interne D_I , des souplesses du monocouche vierge et du signe de la contrainte transversale σ_2 :

$$\tilde{S} = S + H(S, D_I, \sigma_{22}) \quad (2.25)$$

2.4.2.4- Cinétique de l'endommagement

L'approche retenue revient donc à déterminer une cinétique d'endommagement sur une variable scalaire et non un tenseur .Pour identifier la loi d'évolution de D_I , on utilise le formalisme de la plasticité associée .Selon ce formalisme, le potentiel φ_d^* joue le rôle de fonction indicatrice du convexe $f^d = 0$. En se basant sur l'expérience du modèle global développé au LMARC par Anderson et coll [43], la fonction de charge suivante est proposée :

$$f^d = -Y - R^d - Y_c \quad (2.26)$$

Ou :

Y : La variable associée à la l'endommagement ou force motrice.

Y_c : Le seuil de l'endommagement de l'unidirectionnel

R^d : Une fonction d'écroissage

Remarque : le rôle de la fonction d'écroissage isotrope R^d est de mémoriser la valeur maximal de $-Y$.

Variables d'état		variables
observables	internes	associées
ε	D_I	σ Y R^d

Tableau 2.1: variables thermodynamiques de l'endommagement.

Par définition la fonction de charge possède les propriétés suivantes :

$$f^d < 0 \quad \dot{D}_I = 0$$

$$f^d = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial f^d}{\partial Y} \dot{Y} \leq 0 \quad \dot{D}_I = 0$$

$$f^d = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial f^d}{\partial Y} \dot{Y} > 0 \quad \dot{D}_I \neq 0$$

$$f^d > 0 \quad \text{Impossible}$$

Lorsque le chargement est endommageant, c'est -à-dire lorsque les conditions suivantes sont vérifiées :

$$f^d = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial f^d}{\partial Y} \dot{Y} > 0 ,$$

La cinétique de l'endommagement est obtenue par les lois d'évolution :

$$\dot{D}_I = -\lambda^d \frac{\partial f^d}{\partial Y} = \lambda^d \quad (2.27)$$

$$\dot{\bar{D}}_I = -\lambda^d \frac{\partial f^d}{\partial R^d} = \lambda^d \quad (2.28)$$

Où λ^d est le multiplicateur de Lagrange, dont l'expression peut être obtenue par l'équation de consistance :

$$f^d = 0$$

Compte tenu du choix d'une description scalaire de l'endommagement, \bar{D}_I et D_I sont ici identiques.

La variable Y associée à l'endommagement peut être définie à partir de la densité d'énergie libre ψ .

On supposera le découpage entre les effets d'élasticité associés à l'endommagement et les autres. De plus, lorsque la fissure est fermée, c'est-à-dire lorsque la contrainte transverse σ_2 est négative, l'endommagement est bloqué, la force motrice doit donc être nulle. En tenant compte de cela, la densité d'énergie libre peut s'écrire :

$$\psi = \frac{1}{2} \varepsilon^e : \mathbf{S}^{-1} : \varepsilon^e + \psi^* \quad (2.29)$$

ψ^* est fonction des autres variables internes (variables d'écrouissage, ...).

Par définition de la variable associée, Y est la dérivée du potentiel ψ :

$$Y = \frac{\partial \psi}{\partial D_I} \quad (2.30)$$

La force motrice de l'endommagement peut s'écrire sous la forme :

$$Y = Y_I + Y_{II} \times X_{II} + Y_{III} \times X_{III} \quad (2.31)$$

$$\begin{cases} Y_I = \left[-\frac{\partial \psi}{\partial D_I} \right]_{\sigma_4, \sigma_6} = \frac{S_{22}}{2 \times (1-D_I)^2} \times \sigma_{22}^2 \\ Y_{II} = \left[-\frac{\partial \psi}{\partial D_{II}} \right]_{\sigma_2, \sigma_4} = \frac{S_{66}}{2 \times (1-D_{II})^2} \times \sigma_{66}^2 \\ Y_{III} = \left[-\frac{\partial \psi}{\partial D_{III}} \right]_{\sigma_2, \sigma_6} = \frac{S_{22}}{2 \times (1-D_{III})^2} \times \sigma_{44}^2 \end{cases} \quad (2.32)$$

$$\begin{cases} X_{II} = \frac{\partial D_{II}}{\partial D_I} \frac{S_{66} \sqrt{S_{11} \times S_{22}}}{\left(S_{66} + \frac{D_I \sqrt{S_{22} \times S_{22}}}{\sqrt{1-D_I}} \right)^2} \frac{\partial}{\partial D_I} \left(\frac{D_I}{\sqrt{1-D_I}} \right) \\ = \frac{S_{66} \sqrt{S_{11} \times S_{22}}}{\left(S_{66} + \frac{D_I \sqrt{S_{22} \times S_{22}}}{\sqrt{1-D_I}} \right)^2} \frac{2-D_I}{2(\sqrt{1-D_I})^3} \\ X_{III} = \frac{\partial D_{III}}{\partial D_I} = \frac{S_{66} \times S_{22}}{\left(S_{44} + \frac{D_I \times S_{22}}{\sqrt{1-D_I}} \right)^2} \frac{2-D_I}{2 \times (\sqrt{1-D_I})^3} \end{cases} \quad (2.33)$$

En utilisant de plus la relation (2.21) dans les expressions de Y_I , Y_{II} et Y_{III} . Il est finalement possible d'exprimer Y en fonction de l'endommagement D_I , du tenseur des souplesses \mathbf{S} , et bien sûr des contraintes. Grâce à cette écriture, lorsque le monocouche est vierge, le convexe $f^d = 0$ peut s'exprimer de façon très simple dans l'espace des contraintes, uniquement en fonction des deux paramètres matériau E_I et E_2 :

$$f^d = -Y(D=0) - Y_c = \frac{1}{2} \left[\frac{\sigma_{22}^2 + \sigma_{44}^2}{E_2} + \frac{\sigma_{66}}{\sqrt{E_1 \times E_2}} \right] - Y_c \quad (2.34)$$

La forme de la fonction d'écrouissage R^d doit être choisie de telle sorte qu'elle permette d'assurer une cohérence avec les résultats expérimentaux. Dans notre cas, une loi de puissance est proposée [22]:

$$R^d = \alpha(\bar{D}_I)^P \quad (2.35)$$

Où α et P sont des paramètres matériau qu'il faudra identifier.

Le comportement élastique du monocouche endommagé est complètement décrit à partir de cette cinétique et la relation (2.13) entre l'endommagement et les souplesses du monocouche. Afin de prendre au mieux en compte les phénomènes non élastique en présence d'endommagement, on utilisera le concept de contrainte effective défini par :

$$\tilde{\sigma} = S^{-1} \cdot \mathcal{S} \cdot \sigma \quad (2.36)$$

2.5- Mise en forme du problème

Les hypothèses, les équations de consistence et d'équilibre ainsi que les lois de comportement des deux constituants de la solution de stockage sont définies. Nous pouvons à présent déterminer les expressions des champs de déplacement.

Les contraintes sont s'expriment pour une couche (k) à l'aide des relations suivant :

$$\begin{cases} \sigma_z^{(k)} = C_{11}^{(k)} \varepsilon_z + C_{12}^{(k)} \varepsilon_\theta + C_{13}^{(k)} \varepsilon_r + C_{16}^{(k)} \gamma_{z\theta} \\ \sigma_\theta^{(k)} = C_{21}^{(k)} \varepsilon_z + C_{22}^{(k)} \varepsilon_\theta + C_{23}^{(k)} \varepsilon_r + C_{26}^{(k)} \gamma_{z\theta} \\ \sigma_r^{(k)} = C_{31}^{(k)} \varepsilon_z + C_{32}^{(k)} \varepsilon_\theta + C_{33}^{(k)} \varepsilon_r + C_{36}^{(k)} \gamma_{z\theta} \\ \tau_{z\theta}^{(k)} = C_{61}^{(k)} \varepsilon_z + C_{62}^{(k)} \varepsilon_\theta + C_{63}^{(k)} \varepsilon_r + C_{66}^{(k)} \gamma_{z\theta} \end{cases} \quad (2.37)$$

L'équation (2.5) associée au système d'équation, (2.2) fournit les équations différentielles des déplacements que doivent vérifier les déplacements radiaux et circonférentiels afin de satisfaire l'équilibre des efforts tant intérieurs qu'extérieures sur chaque couche (k) :

$$\frac{d^2 U_r^{(k)}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU_r^{(k)}}{dr} - \frac{N_1^{(k)}}{r^2} U_r^{(k)} = [N_2^{(k)} \varepsilon_0] \frac{1}{r} + N_4^{(k)} \gamma_0 \quad (2.38)$$

$$\frac{dU_r^{(k)}}{dr} - \frac{U_\theta^r}{r} = N_5^{(k)} \left[\frac{A^{(k)}}{r^2} + \frac{B^{(k)}}{r} \right] \quad (2.39)$$

Avec :

$$\begin{cases} N_1^{(k)} = \frac{C_{22}^{(k)}}{C_{33}^{(k)}} , N_2^{(k)} = \frac{C_{12}^{(k)} - C_{13}^{(k)}}{C_{33}^{(k)}} \\ N_4^{(k)} = \frac{C_{26}^{(k)} - C_{36}^{(k)}}{C_{33}^{(k)}} , N_5^{(k)} = \frac{1}{C_{44}^{(k)} - C_{45}^{(k)}} \\ \alpha_2^{(k)} = \frac{N_2^{(k)}}{1 - N_1^{(k)}} , \alpha_4^{(k)} = \frac{N_5^{(k)}}{1 - N_1^{(k)}} \end{cases} \quad (2.40)$$

On note que pour un matériau anisotrope, on a :

$$\frac{C_{22}^{(k)}}{C_{33}^{(k)}} > 0 \quad \text{et} \quad \frac{C_{22}^{(k)}}{C_{33}^{(k)}} \neq 1$$

La solution de (2.34) prend, selon la valeur de $\beta^{(k)} = \sqrt{N_1^{(k)}}$, la forme :

Si $\beta^{(k)} = 1$

$$U_r^{(k)} = D^{(k)} r + \frac{E^{(k)}}{r} + r \ln(r) \left(N_2^{(k)} \varepsilon_0 \right) + \alpha_4^{(k)} \gamma_0 r^2 \quad (2.41)$$

Si $\beta^{(k)} = 2$

$$U_r^{(k)} = D^{(k)} r^{\beta^{(k)}} + E^{(k)} r^{-\beta^{(k)}} + \left(\alpha_2^{(k)} \varepsilon_0 \right) r + \frac{N_4^{(k)}}{2} \gamma_0 r^2 \ln(r) \quad (2.42)$$

Si $\beta^{(k)} \neq 2$ et $\beta^{(k)} \neq 1$

$$U_r^{(k)} = D^{(k)} r^{\beta^{(k)}} + E^{(k)} r^{-\beta^{(k)}} + \left(\alpha_2^{(k)} \varepsilon_0 \right) r + \alpha_4^{(k)} \gamma_0 r^2 \quad (2.43)$$

$D^{(k)}$, $E^{(k)}$, γ_0 et ε_0 sont les constantes d'intégration pour $k \in [1, w]$, ou $w = n_L + n_C$ et le nombre total de couches. L'épaisseur du liner est discrétisée en n_L sous-couches. Le nombre de couches de composite est donné par n_C .

2.6- Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont d'une part la continuité de déplacements radiaux et de contraintes radiales et la conservation du volume, et d'autre par celles imposées par le chargement. On supposera qu'il n'y a pas de glissement aux interfaces et qu'il y a continuité des contraintes et des déplacements. Ces conditions aux limites permettent de déterminer les constantes d'intégration introduites postérieurement.

Pour la suite, on introduit les rayons internes et externes $R_{int}(k)$ et $R_{ext}(k)$ de chaque couche k . On note :

$$R_{int}^{(k=1)} = r_0 \quad \text{et} \quad R_{ext}^{(k=w)} = r_a \quad (2.44-a)$$

Les conditions de chargement en pression des parois interne et externe, sont présentées comme suit :

$$\sigma_r^{(k=1)}(r = r_0) = -p_0 \quad (2.44-b)$$

$$\sigma_r^{(k=w)}(r = r_a) = 0 \quad (2.44-c)$$

Où p_0 et la pression interne.

$$\tau_{\theta r}^{(k=1)}(r_0) = \tau_{zr}^{(k=1)}(r_0) \quad (2.44-d)$$

$$\tau_{\theta r}^{(k=w)}(r_a) = \tau_{zr}^{(k=w)}(r_a) \quad (2.44-e)$$

La condition de continuité de déplacements radiaux s'expriment par la relation :

$$\forall k \in [1, w - 1], \quad U^{(k)}(r_{ext}^{(k)}) = U^{(k+1)}(r_{ext}^{(k)}) \quad (2.44-f)$$

La condition de contraintes radiales est exprimée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \forall k \in [1, w - 1], \\ \sigma_r^{(k)}(r_{ext}^{(k)}) = \sigma_r^{(k+1)}(r_{ext}^{(k)}) \\ \tau_{zr}^{(k)}(r_{ext}^{(k)}) = \tau_{zr}^{(k+1)}(r_{ext}^{(k)}) \\ \tau_{\theta r}^{(k)}(r_{ext}^{(k)}) = \tau_{\theta r}^{(k+1)}(r_{ext}^{(k)}) \end{array} \right. \quad (2.44-g)$$

La condition d'équilibrage des forces axiales-pression interne avec effet de fond est:

$$2\pi \sum_{k=1}^w \int_{r_{(k-1)}}^{r_k} \sigma_z^{(k)}(r) r^2 dr = \pi r_0^2 p_0 \quad (2.44-h)$$

L'équilibre du couple de torsion est:

$$2\pi \sum_{k=1}^w \int_{r_{(k-1)}}^{r_{(k)}} \tau_{z\theta}(r) r^2 dr = 0 \quad (2.44-i)$$

Les conditions aux limites, nous permettent d'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_{\theta z}^{(k)} = 0 \\ \tau_{zr}^{(k)} = 0 \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{\theta r}^{(k)} = 0 \\ \varepsilon_{zr}^{(k)} = 0 \end{array} \right. \quad (2.45)$$

La substitution de l'équation (2.45) dans l'équation (2.8) permet de déduire les constantes d'intégration :

$$A^{(k)} = B^{(k)} = 0 \quad (2.46)$$

Ce qui nous permet d'écrire la solution de U_θ comme suit :

$$U_\theta = \gamma_0 z r \quad (2.47)$$

Pour w ($w = n_L + n_C$) couches de la solution de stockage, le nombre d'inconnues, ou constantes d'intégration du système à résoudre est égale à $2(1-w)$, il s'agit de $D^{(k)}, E^{(k)}, \gamma_0$ et ε_0 pour $k \in [1, w]$. Dans ce qui suit, on s'attache à écrire les composantes de la matrice A et du vecteur B du problème linéaire équivalent tel que :

$$X = A^{-1} \times B \quad (2.48)$$

Avec X qui définit le vecteur des constants d'intégration du système, tel que :

$$X = (D^{(1)} D^{(2)} \dots D^{(w)}, E^{(1)} E^{(2)} \dots E^{(w)}, \varepsilon_0, \gamma_0) \quad (2.49)$$

Pour une structure cylindrique de quatre couches, le système (2.48) peut être écrit de façon détaillée :

Remarque : Les composants de la matrice A sont représentés dans l'annexe.

$$\begin{bmatrix} D^1 \\ D^2 \\ D^3 \\ D^4 \\ E^1 \\ E^2 \\ E^3 \\ E^4 \\ \varepsilon_0 \\ \gamma_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 & 0 & e_{11} & 0 & 0 & 0 & \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ d_{21} & d_{22} & 0 & 0 & e_{21} & e_{22} & 0 & 0 & \alpha_{21} & \alpha_{22} \\ 0 & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & e_{32} & e_{33} & 0 & \alpha_{31} & \alpha_{32} \\ 0 & 0 & d_{43} & d_{44} & 0 & 0 & e_{43} & e_{45} & \alpha & \alpha \\ d_{15} & d_{52} & 0 & 0 & e & e & 0 & 0 & \alpha & \alpha \\ 0 & d_{62} & d_{63} & 0 & 0 & e & e & 0 & \alpha & \alpha \\ 0 & 0 & d_{73} & d_{64} & 0 & 0 & e & e & \alpha & \alpha \\ 0 & 0 & 0 & d & d & d & e & e & \alpha & \alpha \\ d_{91} & d_{92} & d_{93} & d_{94} & e_{91} & e_{92} & e_{93} & e_{94} & \alpha_{91} & \alpha_{92} \\ d_{101} & d_{102} & d_{103} & d_{104} & e_{101} & e_{102} & e_{103} & e_{104} & \alpha_{101} & \alpha_{102} \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} -P_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ r_0^2 P_0 / 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Après la détermination des paramètres d_{ij} , e_{ij} et α_{ij} selon les conditions aux limites, on détermine le déplacement radial à partir des équations (2.41), (2.42) et (2.43) et les déformations et les contraintes à partir des équations (2.3) et (2.37) respectivement.

2.7- Algorithme de résolution

La procédure de résolution analytique du comportement mécanique de la solution de stockage est présentée par la [figure 2.12](#).

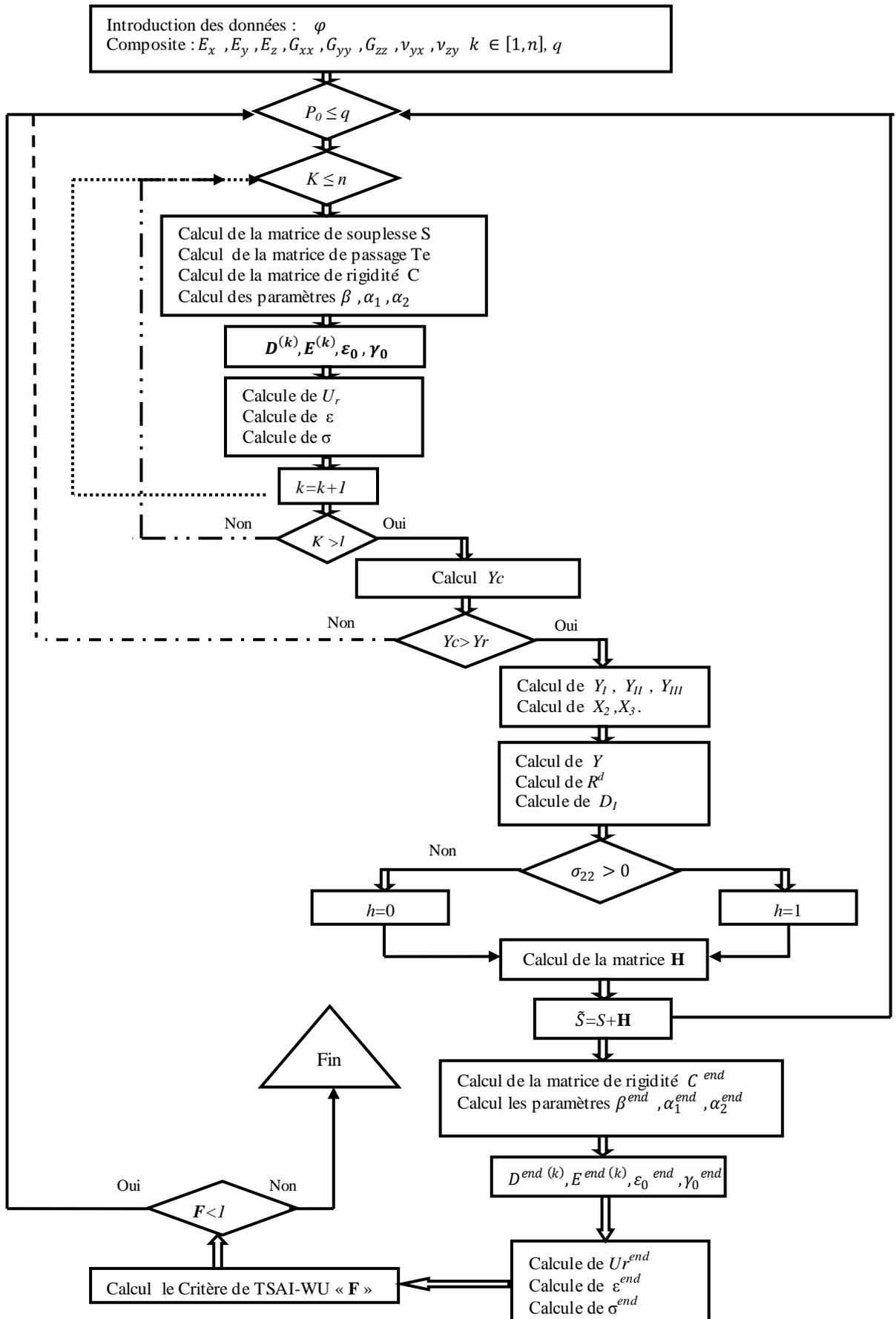


Figure 2.12 : Algorithme de résolution

2.8- Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la présentation du modèle, qui décrit la réponse d'une structure de stockage d'hydrogène. On a présenté une modélisation des deux parties liner et composite. On s'est limité dans ce travail à ne prendre en considération que le comportement élastique du liner aluminium, par contre le composite est caractérisé par un comportement élastique – endommageable. L'endommagement est supposé dû à la présence et à la croissance des microfissures présentes dans la matrice. L'objet du chapitre suivant est la présentation des résultats obtenus par le modèle.

Sommaire

3.1- Introduction	38
3.2- Matériaux	38
3.2.1- Composite	38
3.1.2- Liner	39
3.3 - Analyse du comportement d'un tube composite	39
3.3.1- Déformations circonférentielle et radiale	39
3.3.2- Déplacement radial.	41
3.3.3- Contraintes circonférentielle et radiale	41
3.3.4- Contraintes de cisaillement	43
3.3.5- Déformations	45
3.4 - Analyse du comportement de la partie cylindrique du réservoir.	47
3.4.1- Déplacement radial	47
3.4.2- Analyse des contraintes	49
3.4.2.1- Contraintes axiale	49
3.4.2.2- Contraintes circonférentielle	50
3.4.2.3- Contraintes radiale	51
3.4.2.3- Contraintes de cisaillement	52
3.4.3- Analyse des déformations	53
3.4.3.1- Déformation radiale	53
3.4.3.2- Déformation circonférentielle	54
3.4.3.3- Déformation axiale	55
3.5 - Conclusion.	56

3.1- Introduction

Dans ce chapitre, nous analysons les résultats obtenus par le modèle de comportement développé dans le chapitre 2. Le présent chapitre est composé de deux parties. Dans la première partie, on présente les résultats du modèle développé pour un tube composite et dans la deuxième partie, on se focalise sur l'analyse des résultats pour toute une structure composite enrobée sur un liner métallique. On se limite dans ce travail à analyser la partie cylindrique du réservoir représenté dans la [figure 3.1](#).

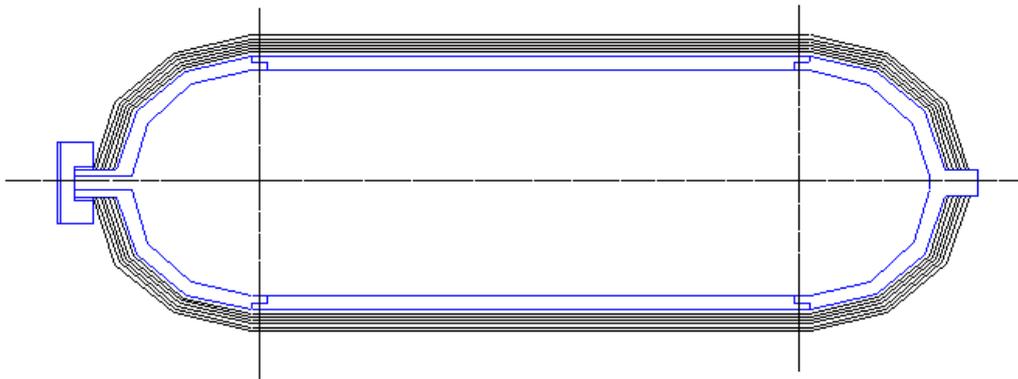


Figure 3.1 : Représentation schématique d'un réservoir de type III.

3.2- Matériaux

3.2.1- Composite

Le matériau composite est constitué de fibres de carbone de type T700 SC12K 50C et de la résine époxy de type M10 avec un taux de 30%. Le [tableau 3.1](#) présente les propriétés mécaniques du composite (carbone/époxy).

Propriétés mécaniques	Carbone /Epoxy
E_x	141.6 [GPa]
E_y	10.7 [GPa]
E_z	10.7 [GPa]
ν_{xy}	0.268 [%]
ν_{yz}	0.495 [%]
ν_{xz}	0.268 [%]
G_{xy}	3.88 [GPa]
G_{yz}	3.579 [GPa]
G_{xz}	3.88 [GPa]

Tableau 3.1 : Propriétés du carbone/époxy [26].

3.2.2- Liner

Le liner étudié est un tube en Aluminium 6060T6 ayant subi un traitement thermique, de diamètre 33mm, d'épaisseur 2mm et de longueur environ 300mm. Les propriétés mécaniques de cet alliage sont données dans le [tableau 3.2](#).

	E	ν	G
AL	72 [GPa]	0.25	28.8 [GPa]

Tableau 3.2 : Propriétés du liner métallique [30].

3.3- Analyse du comportement d'un tube composite

Dans cette partie, on va analyser le comportement mécanique d'un tube composite. Le [tableau 3.3](#) présente les différents angles d'enroulement utilisés dans la fabrication du tube. Tous les résultats présentés dans cette partie seront comparés avec les résultats de XIA et coll [26].

Séquence φ	type
+55/-55/+55/-55	Type A
+55/-55/+30/-30	Type B
+55/-30/+30/-55	Type C

Tableau 3.3 : Séquences d'empilement

3.3.1- Déformations circonférentielle et radiale

Les [figures 3.2](#) et [3.3](#) présentent la variation des déformations circonférentielle et radiale respectivement à travers l'épaisseur du tube en composite R , pour les trois types de séquences (A, B, C). La [figure 3.2](#) présente les déformations radiales pour les trois types de séquences (A, B, C), on remarque que la distribution de la déformation radiale est représentée par une variation continue pour le type A, et pour les types B et C, elle est représentée par une variation discontinue aux niveaux des interfaces; cette discontinuité est due principalement à l'effet de l'orientation des fibres composites, c'est à dire de l'angle d'enroulement φ . La [figure 3.3](#) présente les déformations circonférentielles pour les trois types de séquences (A, B, C), on remarque une distribution linéaire pour les trois types de séquences (A, B, C). La déformation circonférentielle présente une variation décroissante et continue pour les trois séquences, le type A représente la plus petite déformation.

Remarque : Le rayon R_a est un paramètre sans dimensions avec : $R_a = \frac{r-r_0}{r_a-r_0}$

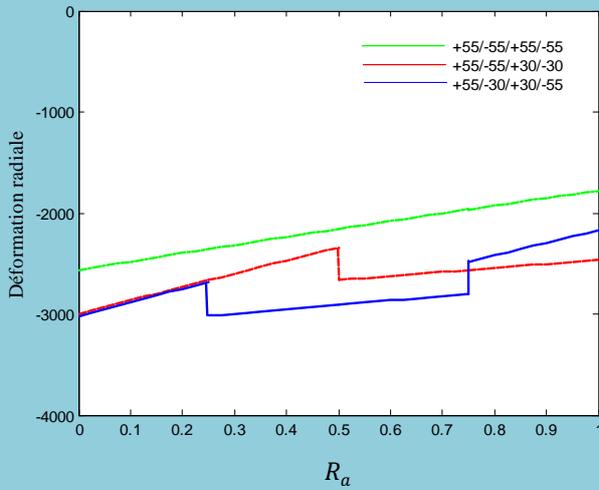


Figure 3.2.A

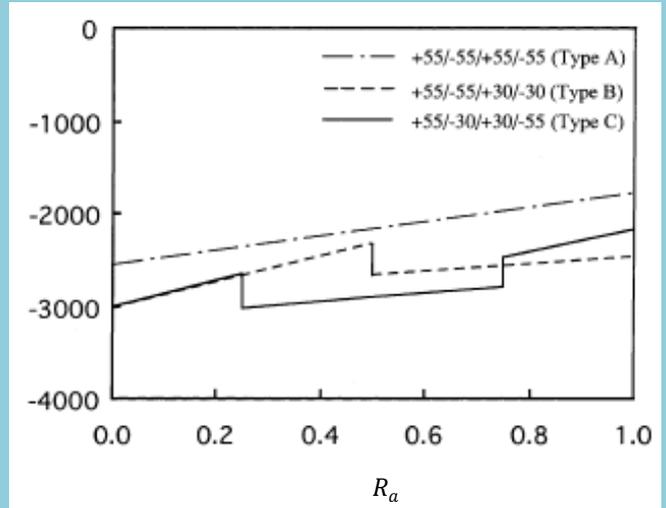


Figure 3.2.B [26]

Figure 3.2 : Variation de la déformation radiale à travers l'épaisseur du tube en composite.

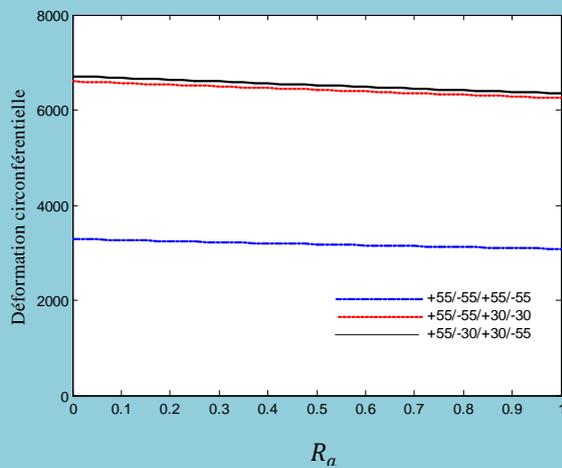


Figure 3.3.A

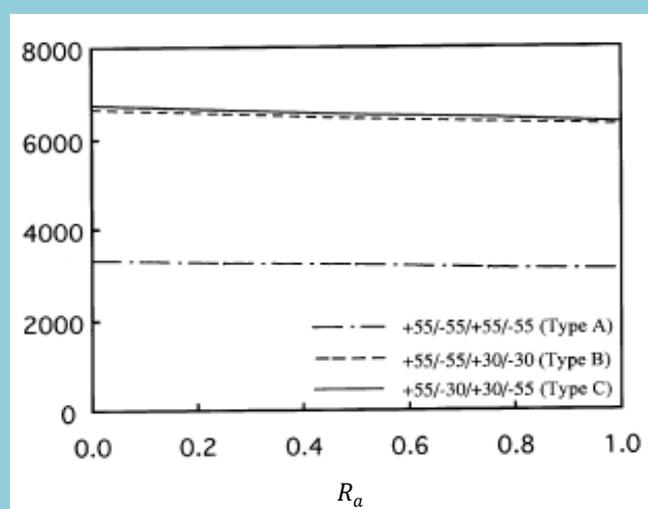


Figure 3.3.B [26]

Figure 3.3 : Variation de la déformation circonférentielle à travers l'épaisseur du tube en composite.

3.3.2- Déplacement radial

La figure 3.4 présente la variation du déplacement radial le long du rayon R . La variation du déplacement radial à travers l'épaisseur du tube composite pour les trois types (A, B, C) est représentée par une distribution linéaire commençant par une valeur maximale au niveau du rayon intérieur ($R_a=0$) et se terminant par une valeur minimale au niveau du rayon extérieur ($R_a=1$). D'après la figure, on remarque que le déplacement maximal est obtenu pour une orientation de $[+55/-30/+30/-55]$ (type C), on remarque aussi que le tube composite type A présente le plus petit déplacement par rapport aux autres types (B, C).

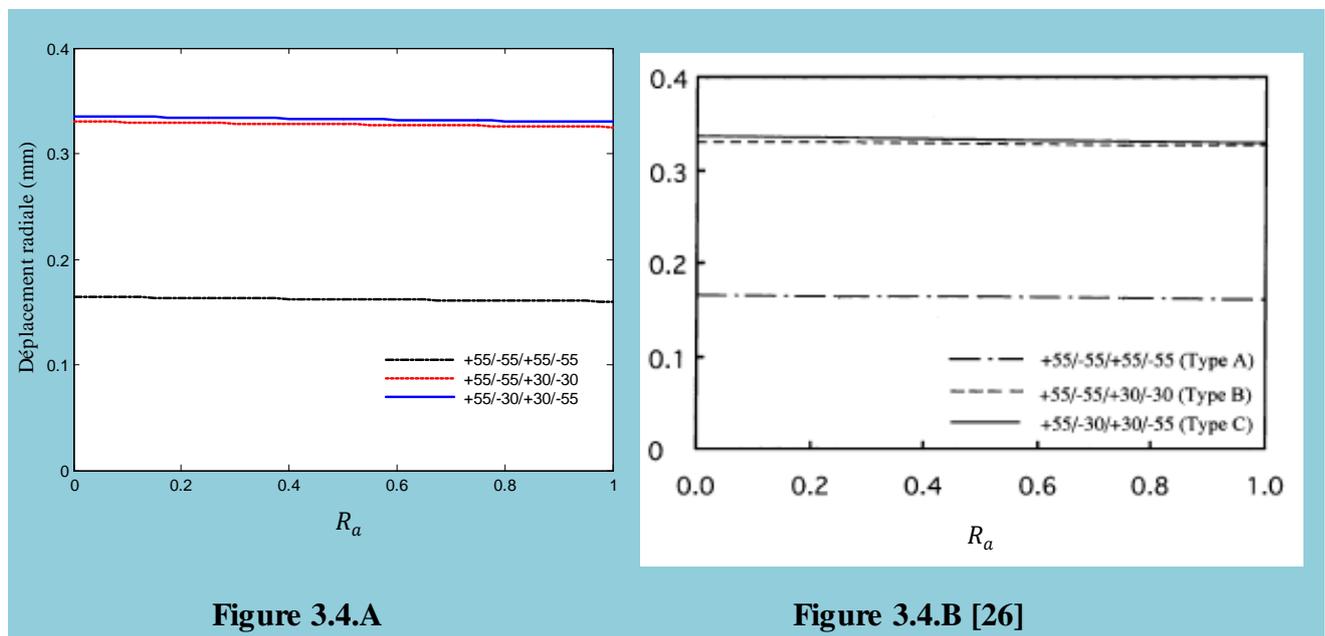


Figure 3.4 : Variation du déplacement radial à travers l'épaisseur du tube composite.

3.3.3- Contraintes axiale et circonférentielle

Les figures 3.5, 3.6 et 3.7 présentent la variation des contraintes axiale et circonférentielle en fonction du rayon R_a . Les contraintes axiale et circonférentielle sont représentées par une variation continue et décroissante pour le type A.

D'après les figures, on remarque que la variation de la contrainte axiale et celle circonférentielle à travers l'épaisseur du tube composite pour les deux types de séquences (B et C), présente une discontinuité aux niveaux des interfaces. Cette discontinuité est due principalement à l'effet de l'orientation des fibres composites, c'est-à-dire aux changements de l'angle d'enroulement φ .

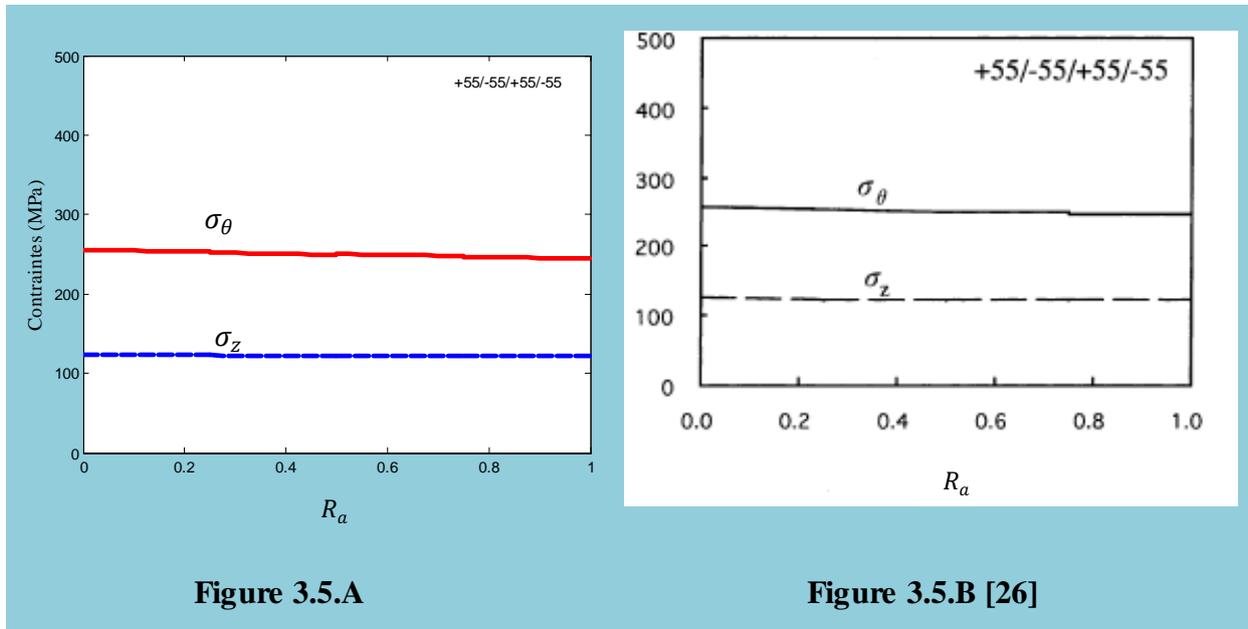


Figure 3.5 : Variation des contraintes axiale et circonférentielle à travers l'épaisseur tube composite Type A.

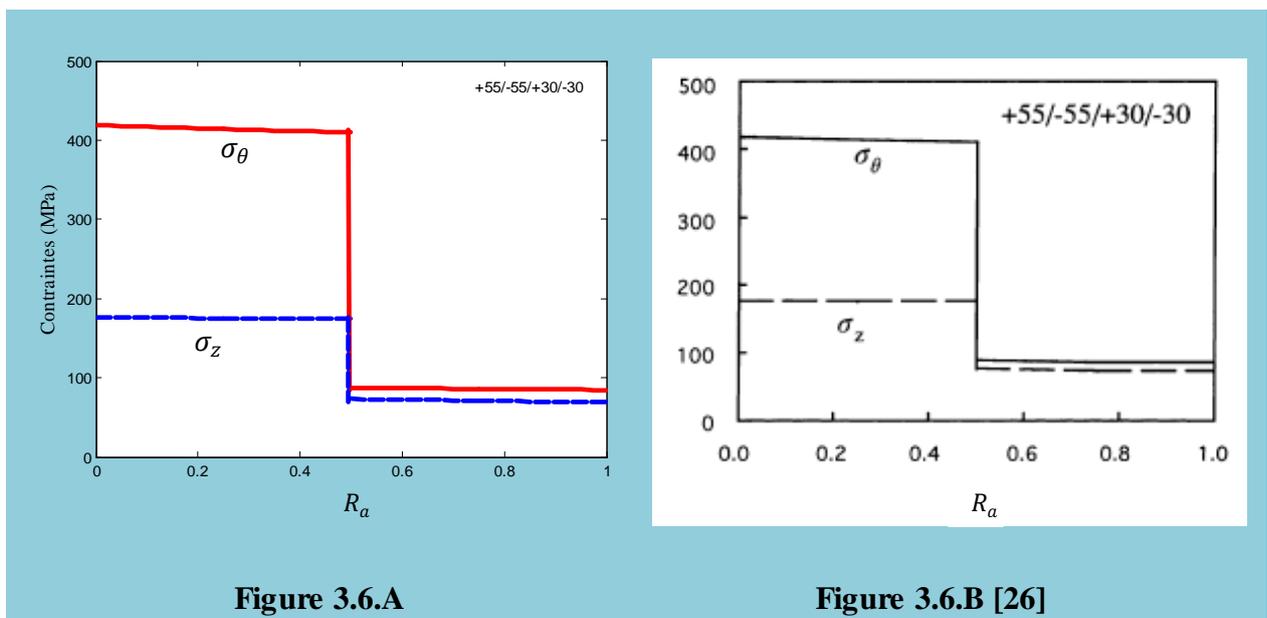


Figure 3.6 : Variation des contraintes axiale et circonférentielle à travers l'épaisseur du tube composite Type B.

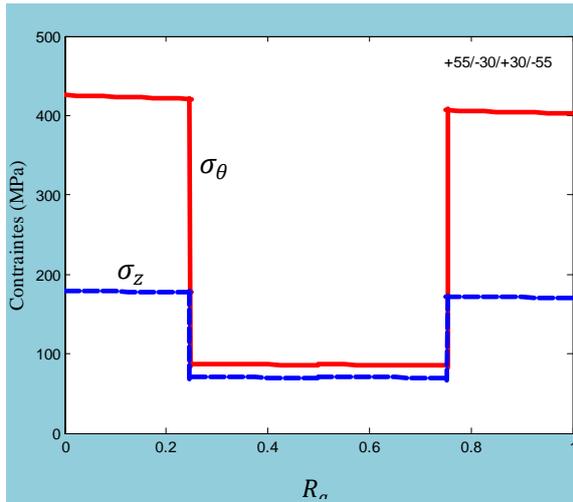


Figure 3.7.A

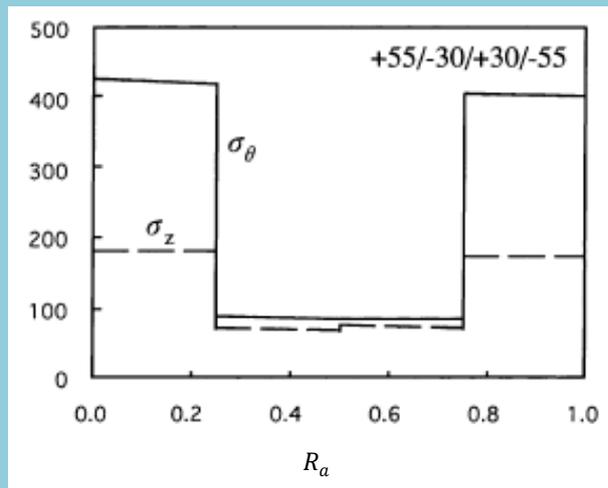


Figure 3.7.B [26]

Figure 3.7 : Variation des contraintes axiale et circonférentielle à travers l'épaisseur du tube composite Type C.

3.3.4- Contraintes de cisaillement

Les figures 3.8, 3.9 et 3.10 présentent la distribution des contraintes de cisaillement pour les trois types de séquence (A, B, C) le long du rayon R_a . La distribution est représentée par une variation discontinue pour les trois types.

Comme le montrent les figures, la variation de la contrainte de cisaillement à travers l'épaisseur du tube composite pour les trois séquences (A, B et C), présente une alternance aux niveaux des interfaces. Cette alternance est due principalement à l'effet de l'orientation des fibres composites, c'est-à-dire aux signes de l'angle d'enroulement φ .

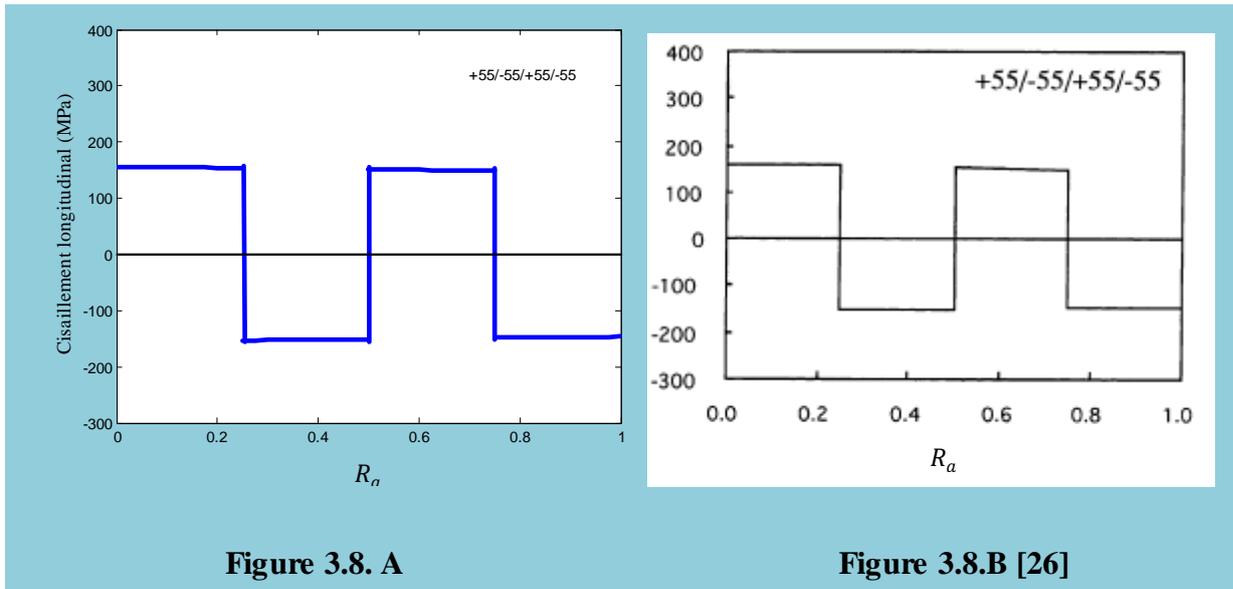


Figure 3.8: Variation du cisaillement longitudinale à travers l'épaisseur du tube composite Type A.

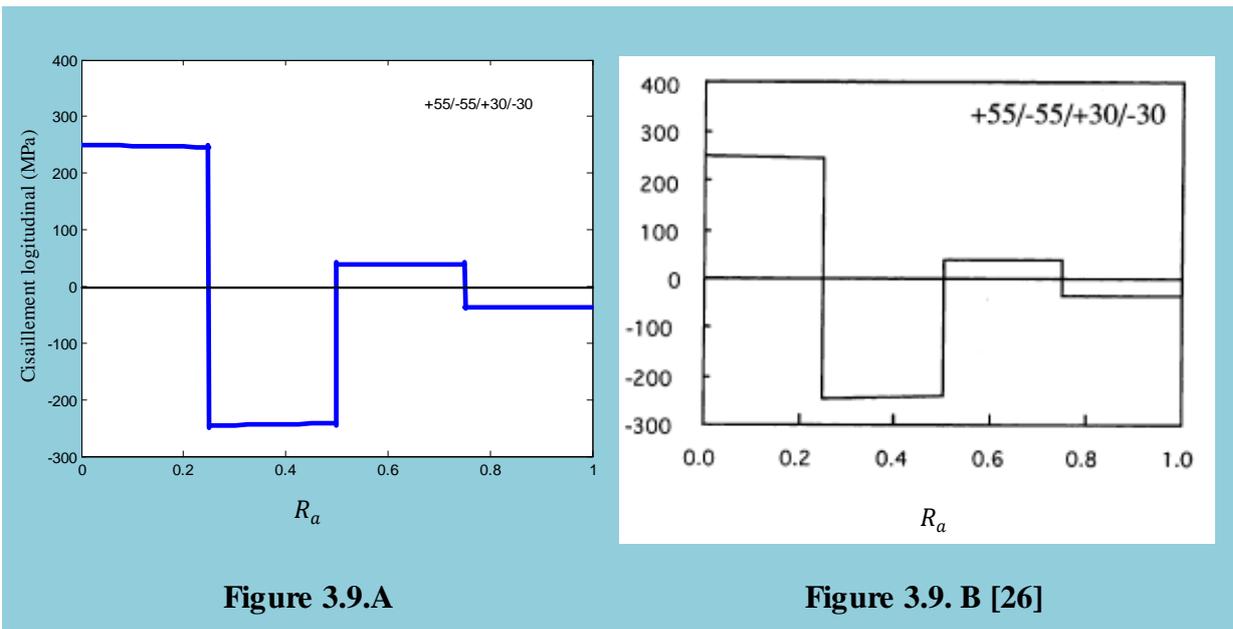


Figure 3.9 : Variation du cisaillement longitudinale travers l'épaisseur du tube composite Type B.

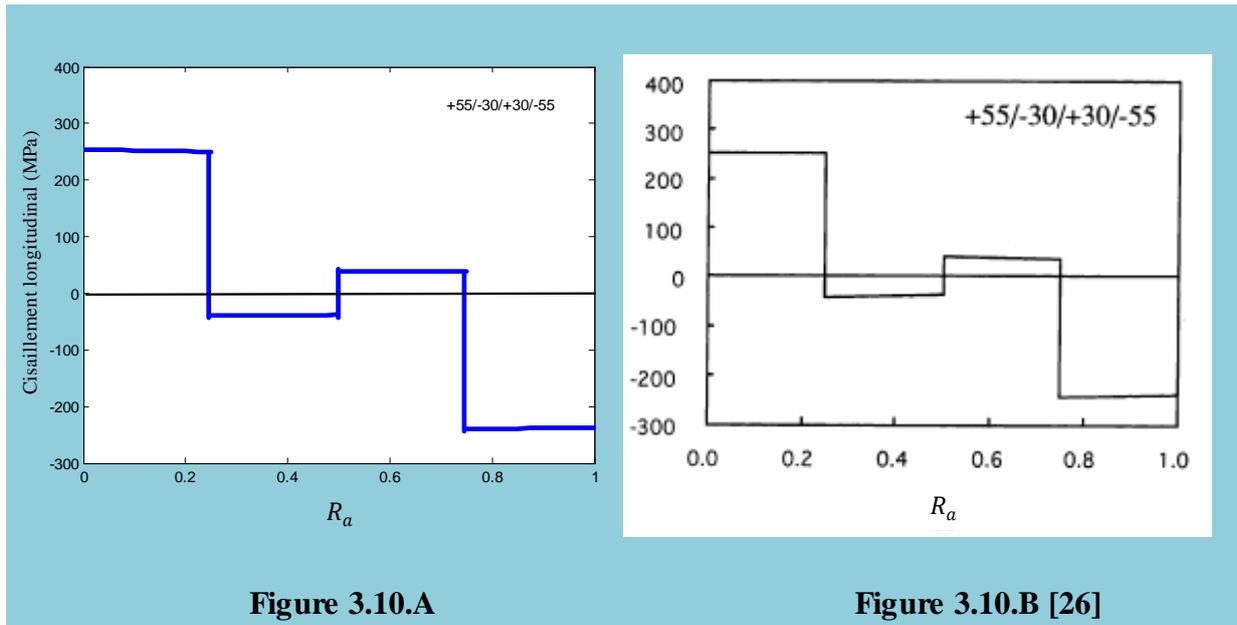


Figure 3.10 : Variation du cisaillement longitudinale à travers l'épaisseur du tube composite Type C.

3.3.5- Déformations

La figure 3.11 représente la variation de la contrainte circonférentielle $\sigma_{\theta\theta}$ en fonction des déformations axiale ε_{zz} et circonférentielle $\varepsilon_{\theta\theta}$, pour un tube en composite soumis à une pression interne avec effet de fond pour un chargement de 40 [MPa]. Pour le tube réalisé par un angle de $[\pm 55]_3$ on remarque un croisement pour les deux types de déformations avec l'augmentation de la pression de chargement, où la déformation circonférentielle est supérieure à la déformation axiale. Par contre pour un angle d'enroulement de $[\pm 60]_3$, on remarque que la déformation circonférentielle est inférieure à la déformation axiale. Pour un angle d'enroulement de $[\pm 50]_3$, on remarque une déformation négatif dans le sens axiale.

L'ajustement de deux couches avec un angle d'enroulement de $[+90]_2$ a changé complètement le comportement élastique (voir la figure 3.11) où les déformations axiales sont supérieures aux déformations circonférentielles pour les séquences $[\pm 50]_2 + [+90]_2$ et $[\pm 55]_2 + [+90]_2$. Pour un angle de $[\pm 60]_2 + [+90]_2$ on remarque que l'ajustement de deux couches de $[+90]_2$ à diminuer les déformations dans la direction circonférentielle est augmenter les déformations dans la direction axiale.

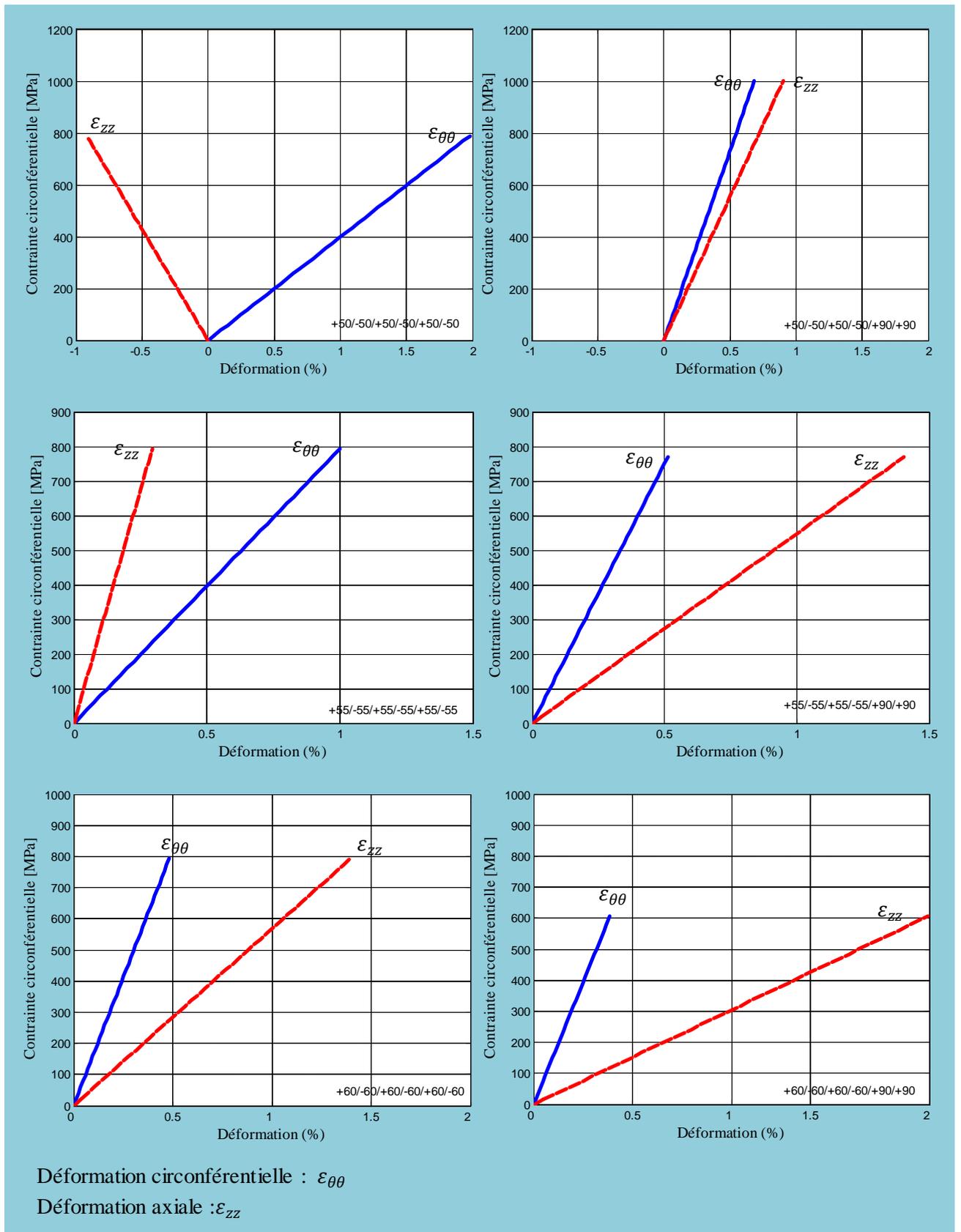


Figure 3.11 : Evolution de la contrainte circconférentielle en fonction des déformations pour un chargement de 400 bars.

3.4- Analyse du comportement de la partie cylindrique du réservoir

La solution de stockage présentée dans notre modèle est un réservoir cylindrique de stockage d'hydrogène de type III. Cette solution de stockage est constituée d'une enveloppe métallique contenant de l'hydrogène utile et appelée liner et d'une enveloppe composite qui assure la rigidité. Les dimensions du réservoir sont présentées dans le [tableau 3.4](#). L'enveloppe composite est réalisée par le procédé d'enroulement filamentaire. [Tableau 3.5](#) représente les différents angles d'enroulement utilisé pour la fabrication du réservoir.

Symbole	Dimensions
r_0 (rayon interne)	33mm
e_l (épaisseur de liner)	2mm
e_k (épaisseur de la couche)	0.27mm
r_a (rayon externe)	$r_0 + e_L + (n_c \times e_k)$ mm

Tableau 3.4 : Dimension du réservoir.

Référence Séquence	Séquence d'enroulement
Seq1	[+50/-50/+50/-50/+50/-50]
Seq2	[+50/-50/+50/-50/+90/+90]
Seq3	[+55/-55/+55/-55/+55/-55]
Seq4	[+55/-55/+55/-55/+90/+90]
Seq6	[+60/-60/+60/-60/+60/-60]
Seq7	[+60/-60/+60/-60/+90/+90]

Tableau 3.5 : Séquences d'empilement

3.4.1- Déplacement radial

La [figure 3.12](#) présente la variation du déplacement radiale à travers l'épaisseur de réservoir, qui varie de 33mm à 36.62 mm. La [figure 3.12](#) montre deux phases, la première présentée par une droite qui correspondante à la partie liner où $R \in [33\text{mm}, 35\text{mm}]$ et la deuxième phase, par une courbe qui correspondant à la partie composite où $R \in [35\text{mm}, 36.62\text{mm}]$.

La variation du déplacement présente une distribution linéaire décroissante, de l'intérieur vers l'extérieur.

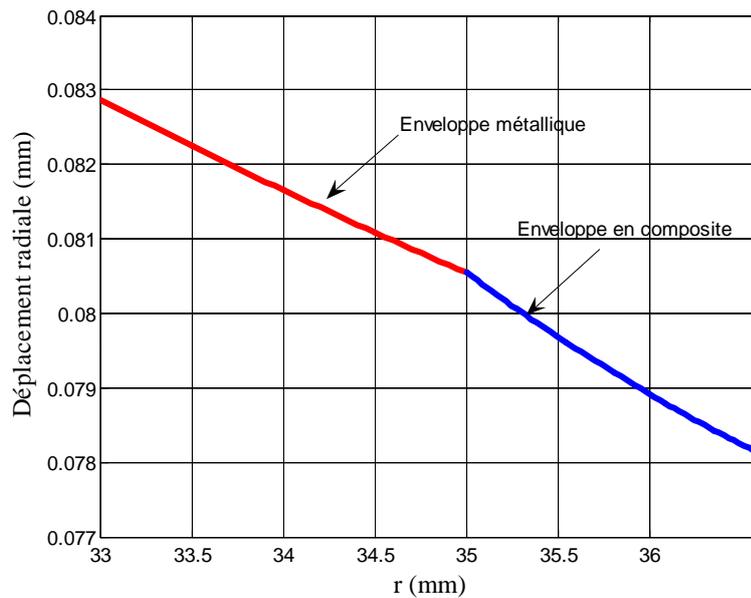


Figure 3.12: Variation de déplacement radiale à travers l'épaisseur du réservoir pour une pression de 10 [MPa].

La figure 3.13 présente la variation du déplacement radial à travers l'épaisseur pour les six séquences d'empilement. D'après ces résultats, toutes les séquences sont caractérisées par une allure identique, pour laquelle le déplacement radial prend une valeur maximale au niveau de la paroi interne et décroît progressivement jusqu'à la paroi externe. Cette décroissance est due à la rigidité de la structure.

Les résultats montrent que le déplacement radial décroît avec l'accroissement de l'angle d'enroulement. L'angle d'enroulement $[\pm 60]$ offre un meilleur comportement en terme de déplacement, par rapport aux autres angles d'enroulement ($[\pm 55]$ et $[\pm 50]$). La présence d'une couche composite avec un angle d'enroulement de $[\pm 90]$ a permis de diminuer le déplacement dans les trois types d'enroulements ($[\pm 50]$, $[\pm 55]$, $[\pm 60]$).

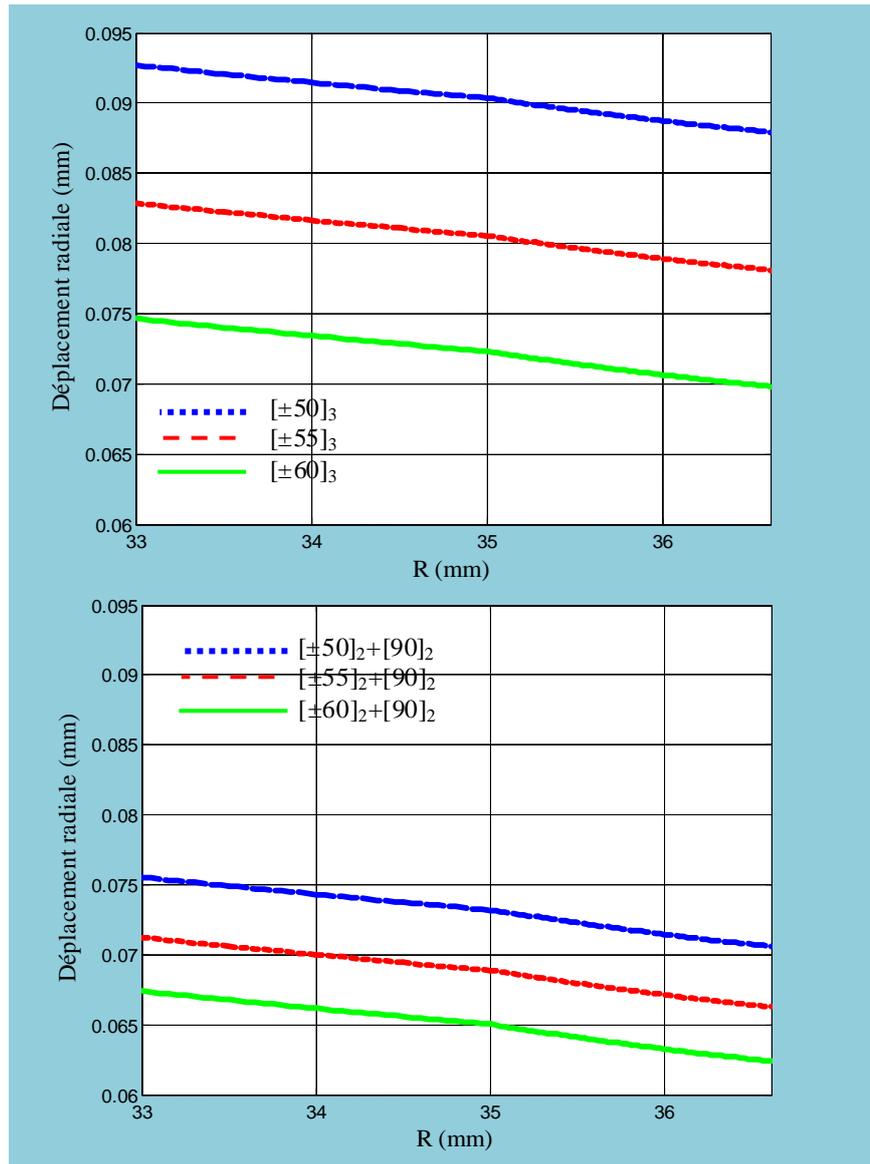


Figure 3.13 : Distribution du déplacement radial à travers la paroi du réservoir.

3.4.2- Analyse des contraintes

Les figures 3.14, 3.15, 3.16 et 3.17 présentent la distribution des contraintes axiale, circonférentielle, radiale et de cisaillement σ_{zz} , $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{rr} , $\tau_{\theta z}$ respectivement, à travers l'épaisseur de la paroi du réservoir. Il est clair que l'effet de l'angle d'enroulement des couches composites est déterminant sur le comportement élastique du réservoir.

3.4.2.1- Contrainte axiale

Comme l'indique la figure 3.14, une discontinuité dans la variation caractérise l'allure de la contrainte axiale au niveau des interfaces liner-composite. Une stabilité de la contrainte est notée au niveau du liner, due à son comportement isotrope. L'effet de l'angle

d'enroulement des couches composites est considérable sur le comportement total de la structure.

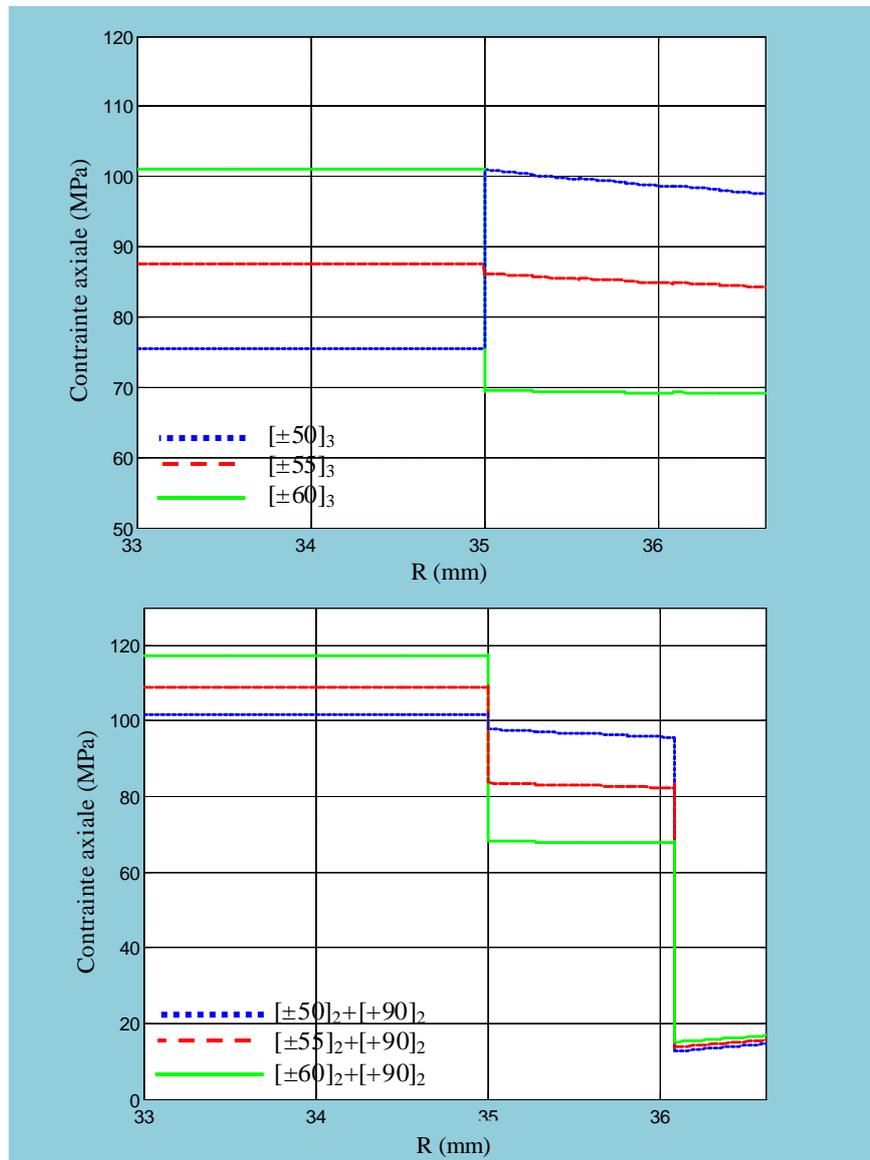


Figure 3.14 : Distribution de la contrainte axiale à travers la paroi du réservoir.

3.4.2.2- Contrainte circonférentielle

Une allure presque identique à celle de la contrainte axiale caractérise la contrainte circonférentielle à travers la paroi du réservoir, avec des grandeurs de contrainte plus ou moins importantes (voir la [figure 3.15](#)). Le renforcement de la structure par une couche de $[+ 90]$ influe sur l'ordre de grandeur des contraintes au niveau du composite, où l'on remarque un allègement de la structure pour les séquences $[\pm 50]_2 + [90]_2$. Les couches circonférentielles sont beaucoup sollicitées par rapport aux autres, mais cela n'influe pas sur la rigidité de la structure.

La présence de 90° au niveau de la partie cylindrique réduit l'expansion circonférentielle qui peut être la cause principale de l'endommagement des réservoirs de stockage.

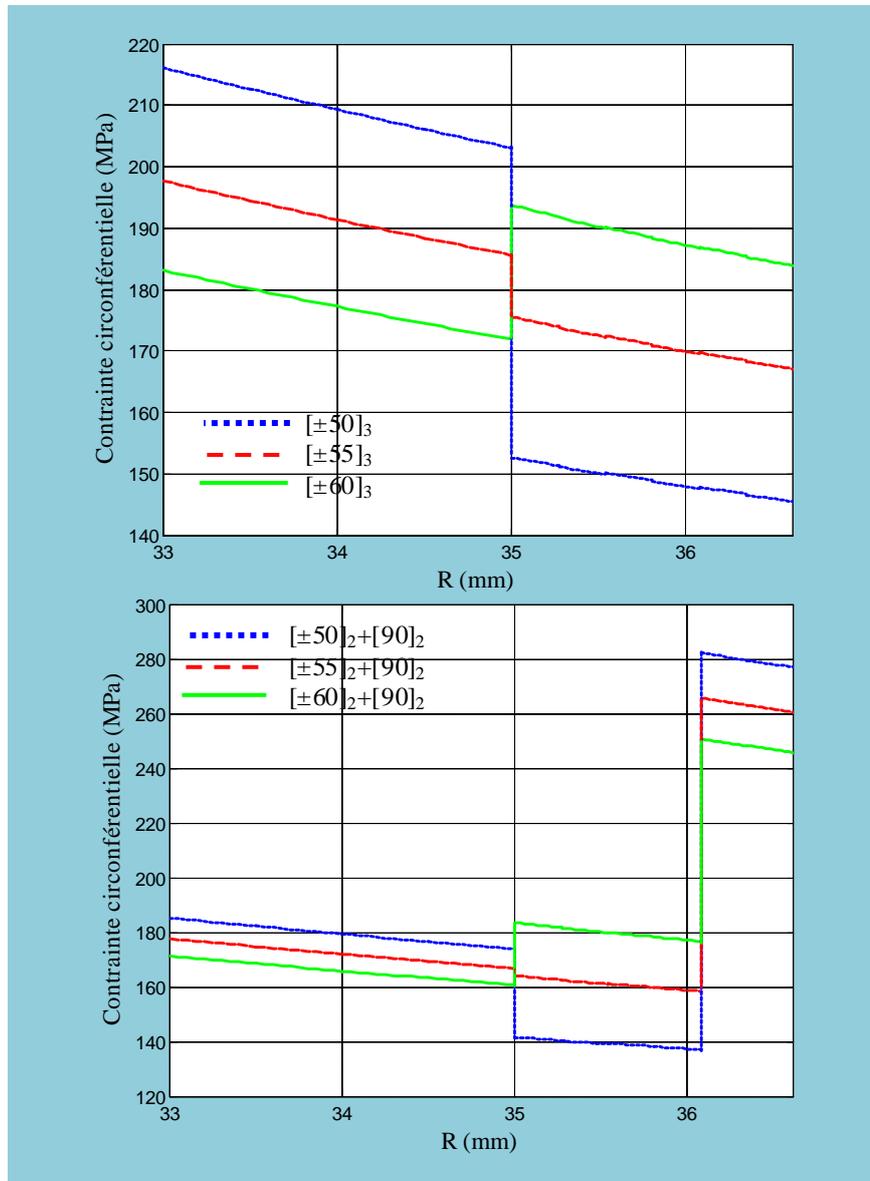


Figure 3.15 : Distribution de la contrainte circonférentielle à travers la paroi du réservoir.

3.4.2.3- Contrainte radiale

La figure 3.16 présente l'allure de la contrainte radiale à travers la paroi de la structure de stockage. La structure est soumise à un état de compression due à l'effet de la pression interne qui atteint 20 [MPa] au niveau de la paroi interne et 0 [MPa] au niveau de la paroi externe. Les résultats obtenus correspondent parfaitement aux conditions aux limites imposées.

L'allure de la contrainte radiale est caractérisée par une variation linéaire pour les deux parties liner et composite, cela est remarqué pour toutes les six séquences d'empilement

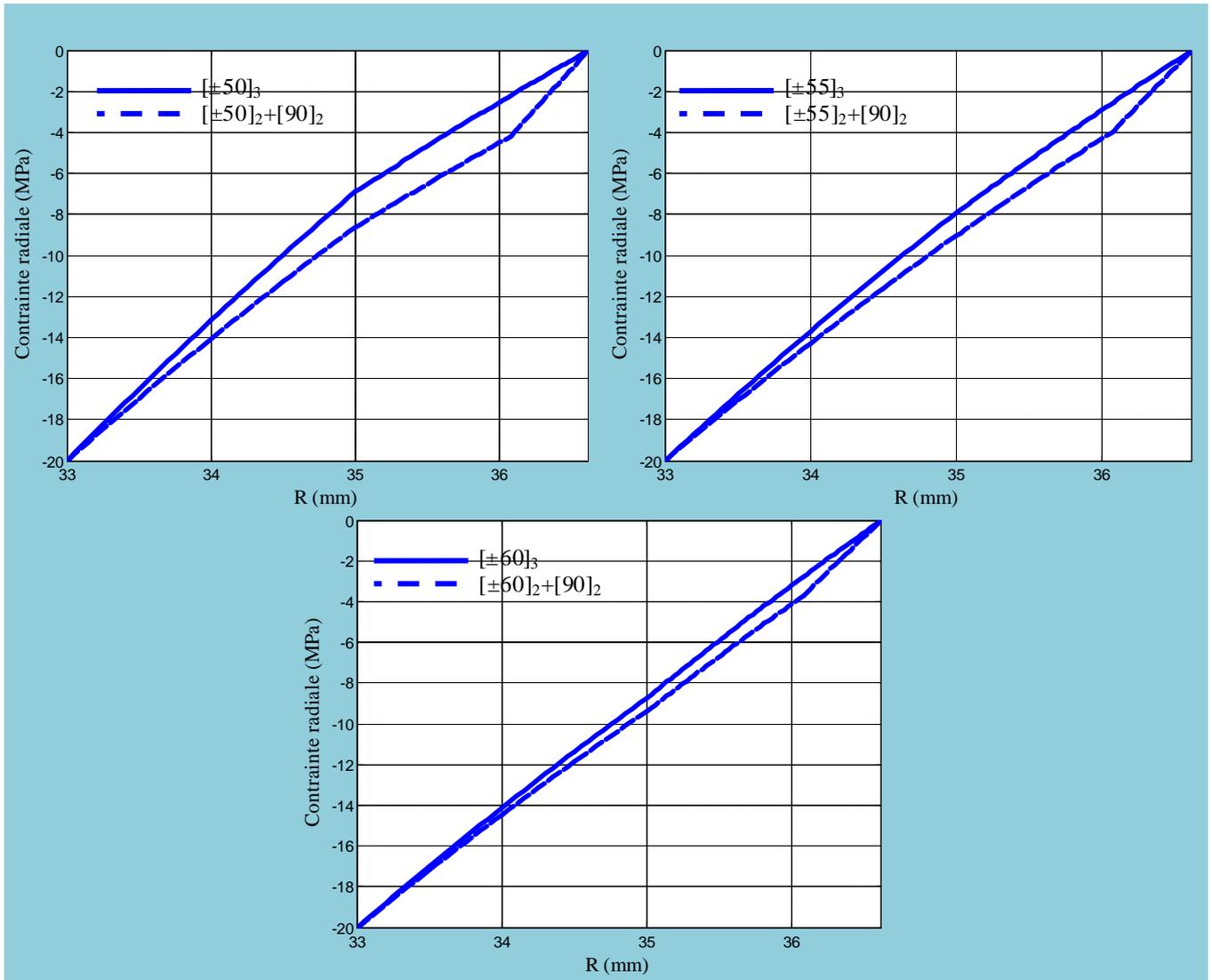


Figure 3.16 : Distribution de la contrainte radiale à travers la paroi du réservoir.

3.4.2.4- Contrainte de cisaillement

L'allure des contraintes de cisaillement $\tau_{\theta z}$ à travers la paroi du réservoir est représentée par la [figure 3.17](#). L'allure est la même pour les six séquences empilements, où l'on remarque que la contrainte prend des valeurs nulles pour les matériaux considérés comme isotropes (liner) et isotropes transverse (la couche de 90°).

La discontinuité de la variation au niveau des couches composites, en passant d'une valeur positive à une valeur négative est en concordance avec le signe d'angle d'enroulement de ces couches composites. On note aussi que l'augmentation de l'angle d'enroulement permet de

réduire l'effet de cisaillement, ce qui est remarqué pour les couches orientées à 60° qui résistent mieux à l'effet de cisaillement que les couches orientées à 50° et 55° .

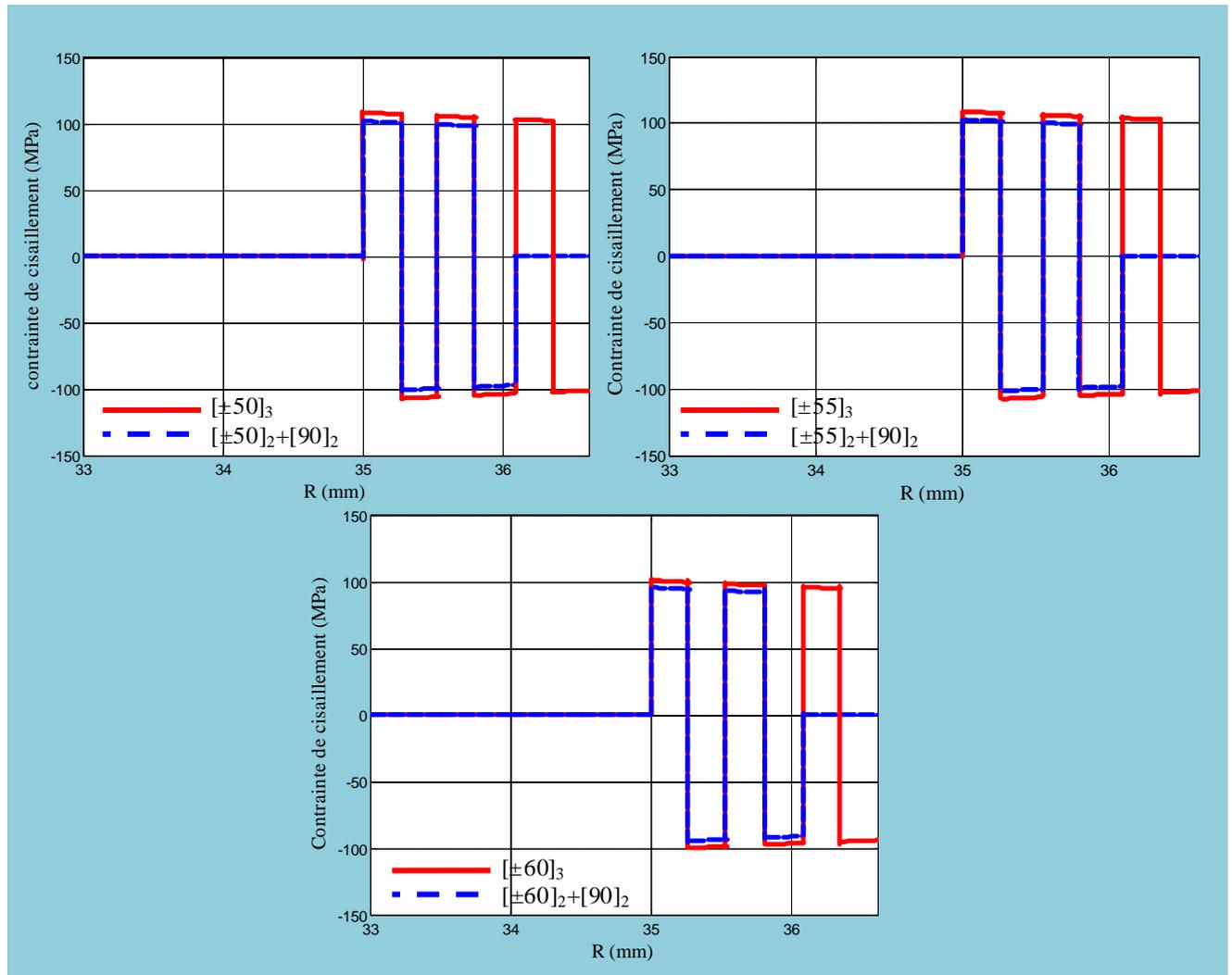


Figure 3.17: Distribution de la contrainte cisaillement à travers la paroi du réservoir

3.4.3- Analyse des déformations

Les figures 3.18 ,3.19 et 3.20 indiquent la variation des déformations axiale, circonférentielle et radiale à travers l'épaisseur de la paroi du réservoir de stockage.

3.4.3.1- Déformation axiale

La déformation axiale le long de l'épaisseur représentée par la figure 3.18, est caractérisée par une allure constante, en accord avec les hypothèses du modèle de comportement. Toutes les séquences sont caractérisées par une expansion dans le sens axial. La présence d'une couche de 90° au niveau de la partie cylindrique augmente l'expansion axiale.

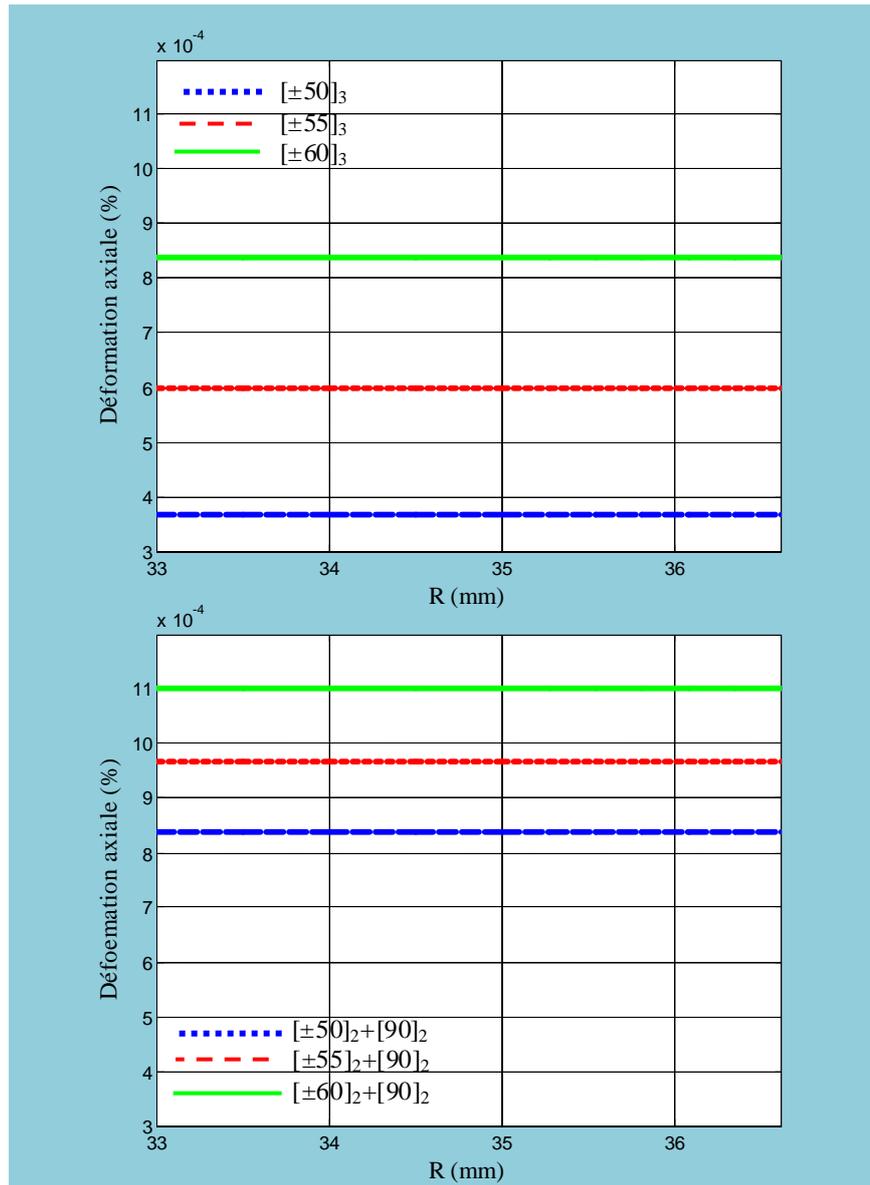


Figure 3.18 : Distribution de la déformation axiale à travers la paroi du réservoir

3.4.3.2- Déformation circonférentielle

La figure 3.19 montre que l'allure de la déformation circonférentielle pour les six séquences est similaire à l'allure du déplacement radial. La variation des déformations est linéairement décroissante le long de l'épaisseur. Cela confirme que le liner est beaucoup plus déformé que le composite. Par rapport aux autres séquences, la séquence $[\mp 60]_2 + [+90]_2$ est moins sollicitée en termes de déformation. Ce constat est justifié si l'on compare les deux figures 3.18 et 3.19 où la séquence la moins sollicitée axialement est la plus chargée circonférentiellement. Cela permet d'optimiser les séquences les moins sollicitées circonférentiellement ou l'effet circonférentiel est supérieur par rapport à l'effet axial.

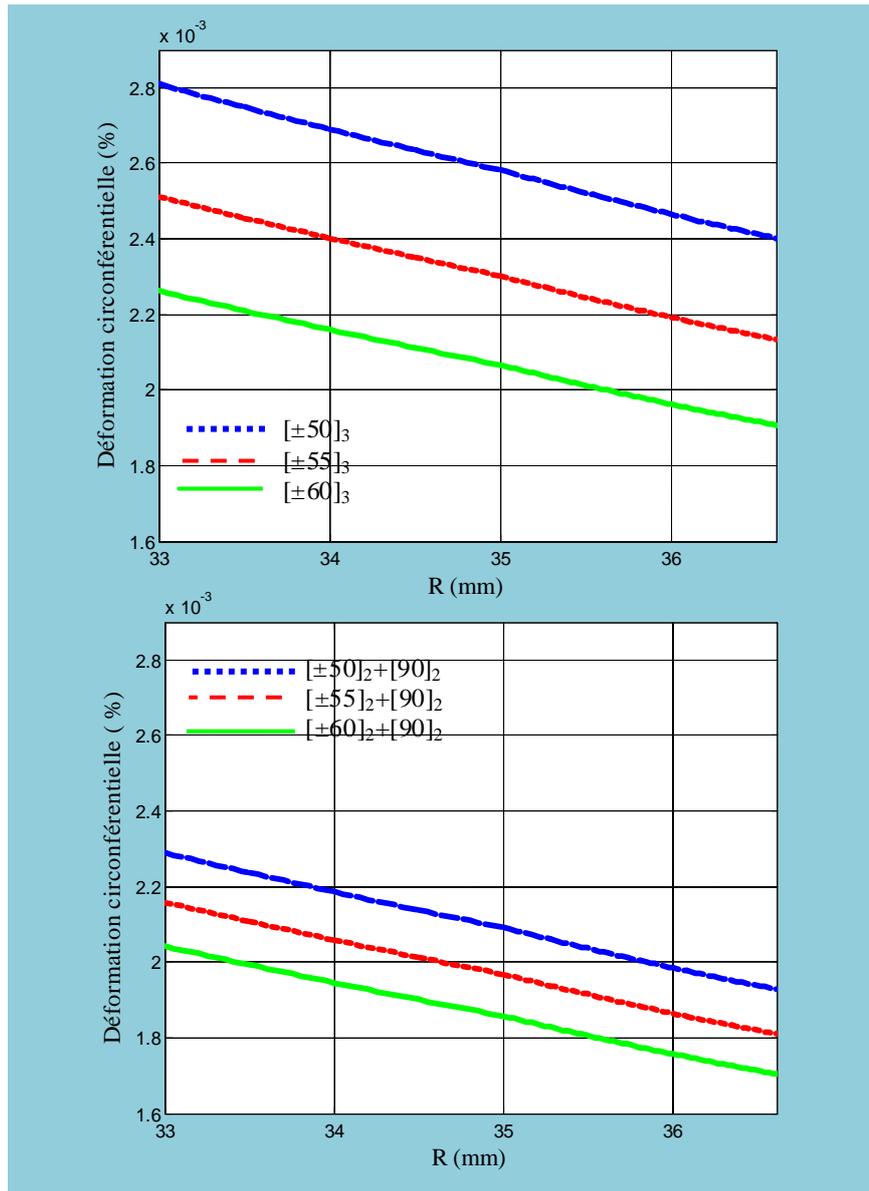


Figure 3.19: Distribution de la déformation circonférentielle à travers la paroi du réservoir

3.4.3.3- Déformation radiale

La déformation radiale présentée par la [figure 3.20](#), indique que l'allure du comportement des six séquences est la même ; elles subissent des variations discontinues au niveau du passage du liner composite. Le signe négatif de la déformation montre que toute la structure dans cette direction est soumise à un chargement de compression. La séquence $[\pm 60]_2 + [+90]_2$ est caractérisée par une faible déformation par rapport aux autres séquences.

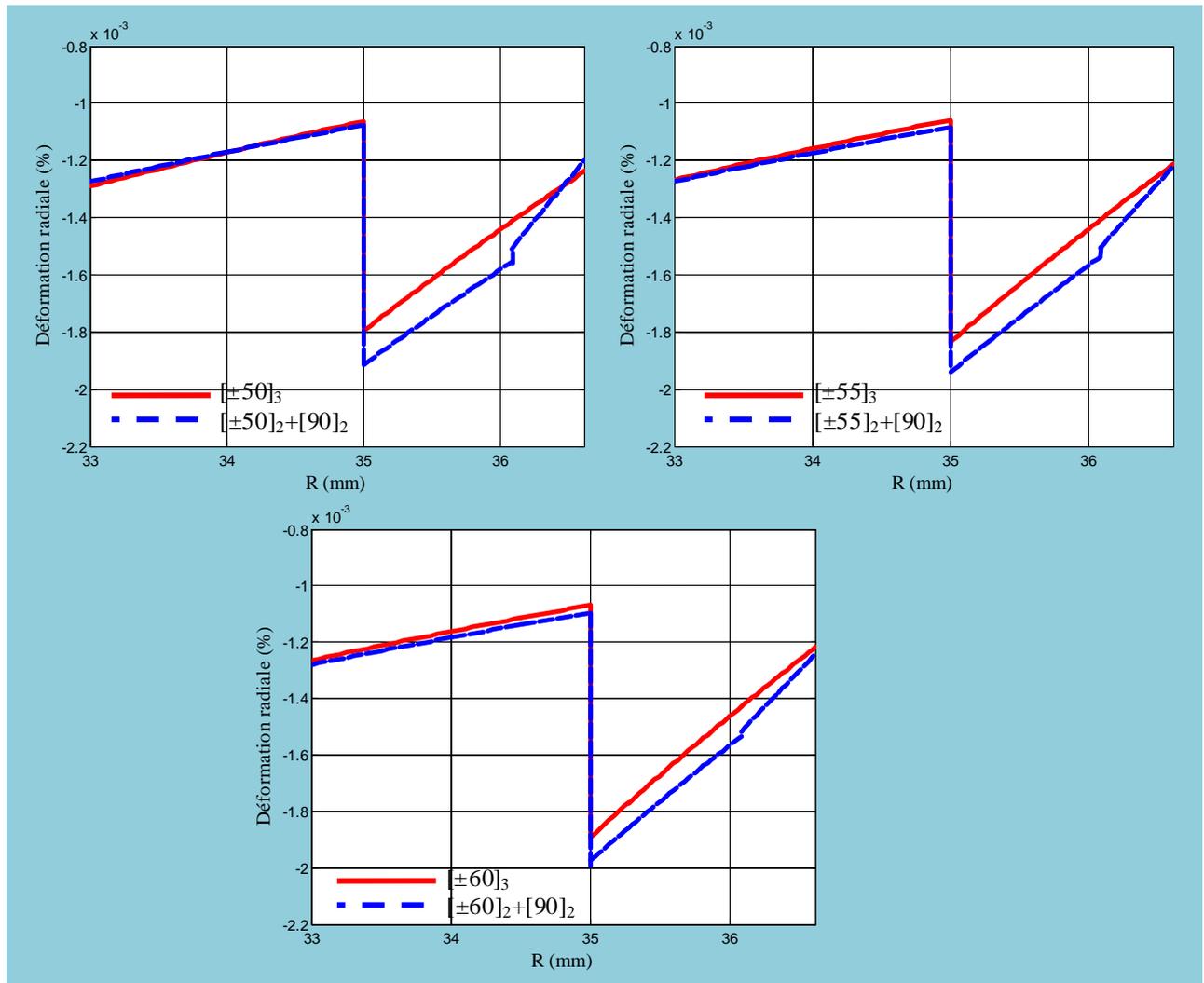


Figure 3.20 : Distribution de la déformation radiale à travers la paroi du réservoir

3.5- Conclusion

Ce chapitre avait pour objet l'analyse analytique du réservoir de stockage de type III, soumis à un chargement de pression interne avec l'effet de fond.

Les résultats obtenus par l'utilisation des différents empilements composites dans la conception des réservoirs ont montré l'influence de l'orientation des fibres sur le comportement mécanique du réservoir type III. Le chapitre 4 sera consacré à la présentation des résultats du modèle de comportement avec la modélisation de l'endommagement de l'enveloppe composite.

Sommaire

4.1- Introduction	57
4.2- Seuil de l'endommagement	57
4.3- Pression d'endommagement	57
4.4- La variable d'endommagement	58
4.5- Déplacement radial	59
4.6- Déformations	60
4.6.1- Déformation axiale	60
4.6.2- Déformation radiale	61
4.6.3- Déformation circonférentielle	62
4.7- Contraintes	62
4.7.1- Contrainte axiale	62
4.7.2- Contrainte radiale	63
4.7.3- Contrainte circonférentielle	63
4.7.4- Contrainte de cisaillement	64
4.8- Critère de TSAI-WU	65
4.9- Analyse du comportement du tube composite endommagé	66
4.9.1- Pression interne pure	67
4.9.2- Pression interne avec effet de fond	67
4.10- Analyse du comportement mécanique endommagé du réservoir type III	68
4.10.2- Réservoir type III avec une enveloppe composite verre/époxy	68
4.10.2- Réservoir type III avec une enveloppe composite carbone/époxy	70
4.11- Dégradation du module de « Young » transversales E_y	71
4.12- Conclusion.	72

4.1- Introduction

Ce chapitre est consacré à la présentation des résultats du modèle développé de comportement de notre solution de stockage, par la prise en compte de l'endommagement du composite. Cet endommagement est dû à la création et l'évolution des microfissures inter-fibres (la décohésion fibre-matrice), et non la rupture des fibres. L'apparition de ces microfissures au sein du matériau affecte les caractéristiques élastiques du composite d'où la nécessité d'exprimer les souplesses de la monocouche en fonction de variables caractérisant l'endommagement.

4.2- Seuil d'endommagement

Y_c est le seuil d'endommagement, c'est une valeur qui indique la présence de l'endommagement. La [figure 4.1](#) présente la variation du seuil d'endommagement au milieu de chaque couche. On remarque un croisement dans les valeurs de Y_c le long de l'épaisseur du réservoir, ce croisement est dû à l'accroissement de la contrainte circonférentielle au niveau de la fibre plane.

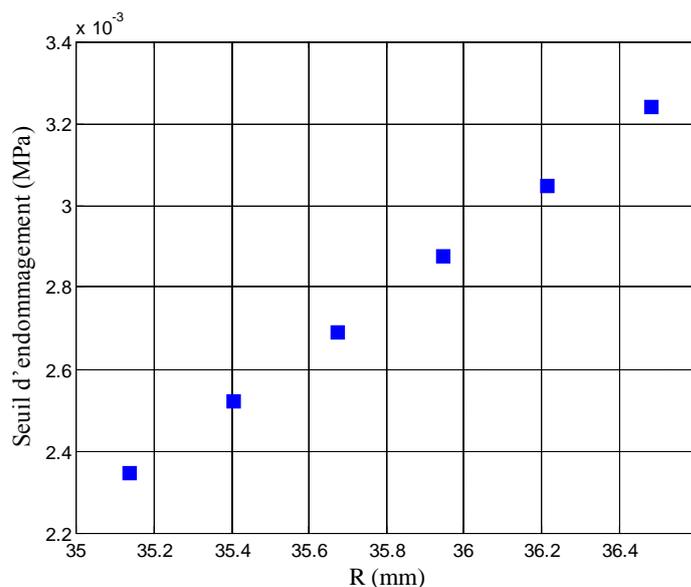


Figure 4.1: Variation du seuil d'endommagement à travers l'enveloppe composite pour une séquence de $[\pm 55]_3$.

4.3- Pression d'endommagement

Nous nous intéressons à déterminer analytiquement la pression nécessaire à l'endommagement de l'enveloppe composite.

Ainsi, le [tableau 4.1](#) présente les pressions conduisant à l'endommagement du composite pour différents types d'empilement.

Séquence	Pression d'endommagement
$[\mp 55]_3$	9 [MPa]
$[\mp 55]_2 + [+90]_2$	10 [MPa]
$[\mp 50]_3$	8 [MPa]
$[\mp 50]_2 + [+90]_2$	9 [MPa]
$[\mp 60]_3$	10 [MPa]
$[\mp 60]_2 + [\mp 90]_2$	11 [MPa]

Tableur 4.1 : Pression d'endommagement.

4.4- Variable d'endommagement

Le [tableau 4.2](#) présente les paramètres d'endommagement suivants :

P	α
1	0.6

Tableau 4.2 : Paramètre d'endommagement [28].

Avec :

P : La puissance.

α : Coefficient directeur.

La [figure 4.2](#) présente la variation de la variable d'endommagement le long de l'épaisseur de l'enveloppe composite du réservoir, réalisée par un angle d'enroulement de $[\pm 50]_3$ au milieu de chaque couche. Pour une pression de 15 [MPa], on remarque un croisement dans les valeurs de la variable d'endommagement « DI » le long de l'épaisseur de la partie composite, cette croissance est due à celles des contraintes circonférentielles au niveau du plan fibre (cf. [Figure 4.3](#)). En général, la variable d'endommagement ne dépasse pas la valeur 1.

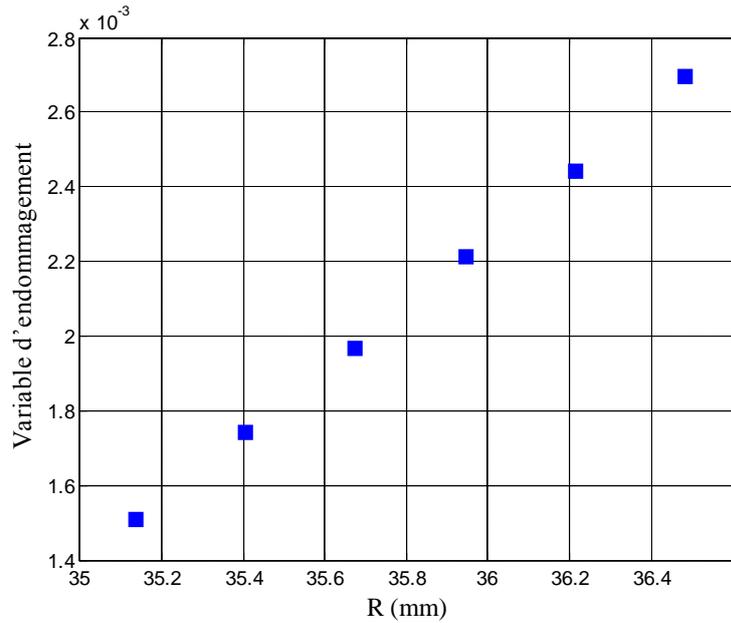


Figure 4.2: Variation de la variable d'endommagement à travers l'enveloppe composite.

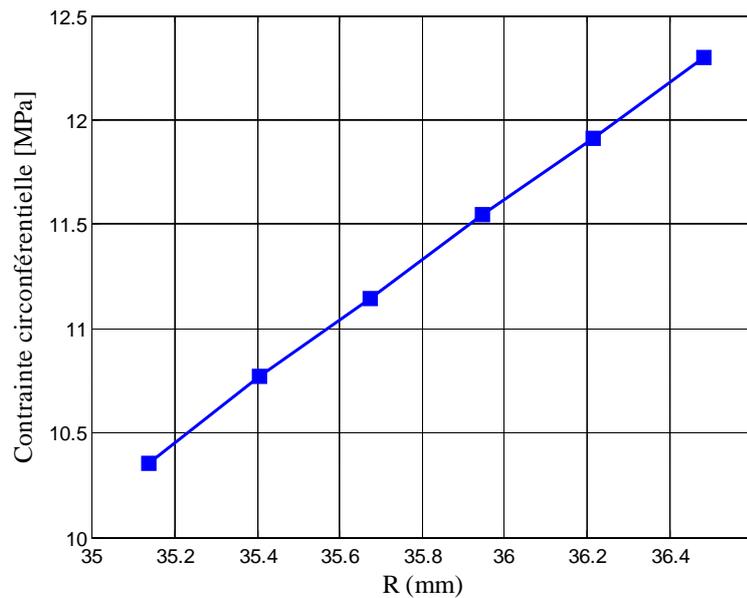


Figure 4.3 : Variation de contrainte circonférentielle à travers l'enveloppe composite.

4.5- Déplacement radiale

La figure 4.4 présente la variation du déplacement radial à travers l'épaisseur du réservoir, sa partie composite est réalisée avec une séquence de $[\pm 55]_3$ pour une pression de 10 [MPa]. D'après la figure 4.4, on remarque que les deux déplacements prennent la même allure.

Le déplacement radial endommagé est supérieur au déplacement radial sans endommagement. On remarque que la allure est la même dans la partie liner, mais dans la partie composite l'allure commence à changer où la différence entre les deux valeurs des déplacements avec et sans endommagement à la paroi externe de l'enveloppe composite est supérieure à la paroi interne de l'enveloppe composite. Le déplacement radial endommagé n'est pas linéaire.

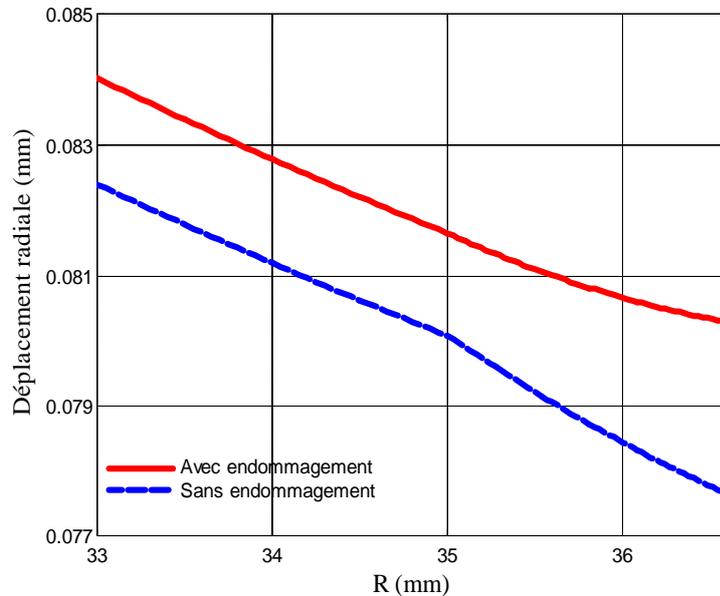


Figure 4.4 : Distribution du déplacement radial à travers la paroi du réservoir.

4.6- Déformations

4.6.1- Déformation axiale

La figure 4.5 présente la distribution de la déformation axiale à travers la paroi du réservoir pour une pression de 10 [MPa]. On remarque que la déformation axiale est constante sur toute la paroi. De plus, cette figure montre que la déformation axiale avec endommagement est supérieure à la déformation axiale sans endommagement.

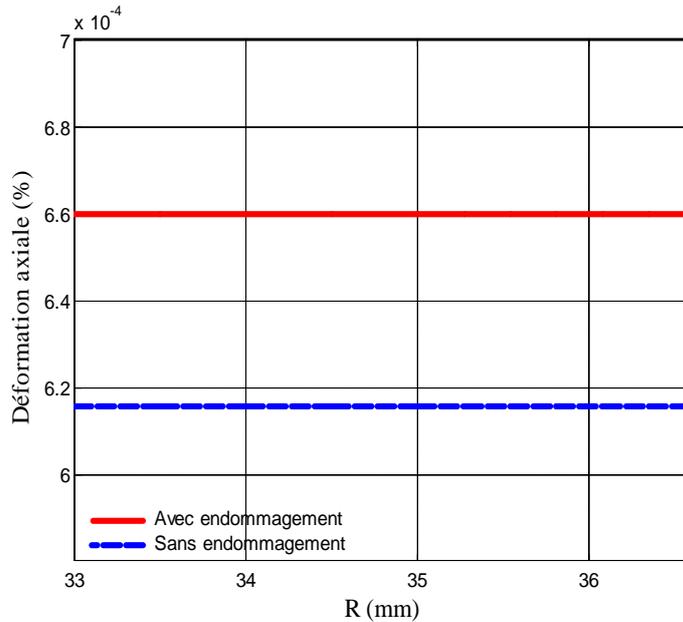


Figure 4.5 : Distribution de la déformation axiale à travers la paroi du réservoir.

4.6.2- Déformation radiale :

La figure 4.6 présente la distribution de la déformation radiale à travers la paroi du réservoir pour une pression de 10 [MPa]. Pour la partie liner, on remarque que la déformation radiale avec endommagée est inférieure à la déformation radiale sans endommagement. Pour la partie composite, on remarque que la déformation radiale avec endommagée est supérieure à la déformation radiale sans endommagement.

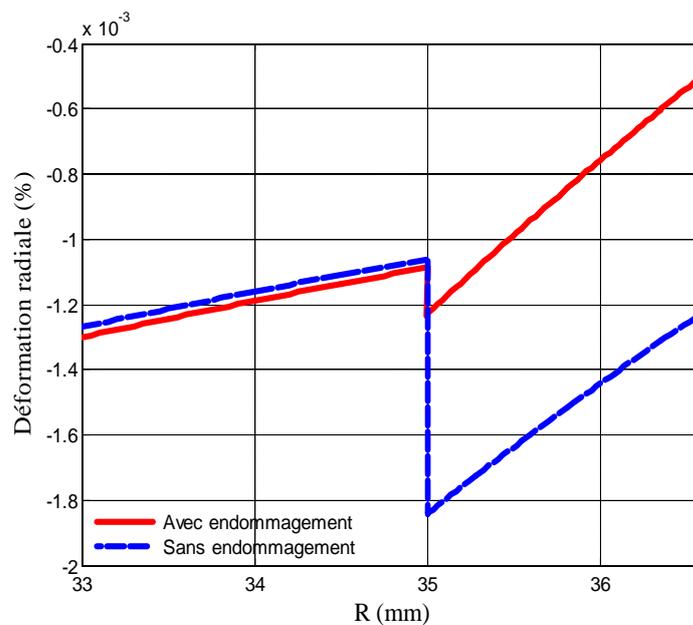


Figure 4.6 : Distribution de la déformation radiale à travers la paroi du réservoir.

4.6.3- Déformation circonférentielle

La figure 4.7 présente la distribution de la déformation circonférentielle à travers la paroi du réservoir pour une pression de 10 [MPa]. La figure montre que la déformation circonférentielle avec endommagement est supérieure à la déformation circonférentielle sans endommagement. On remarque que la différence entre les valeurs des contraintes est constante dans la partie liner, mais dans la partie composite, la différence est plus grande dans la dernière couche par rapport à la première couche composite de l'enveloppe composite.

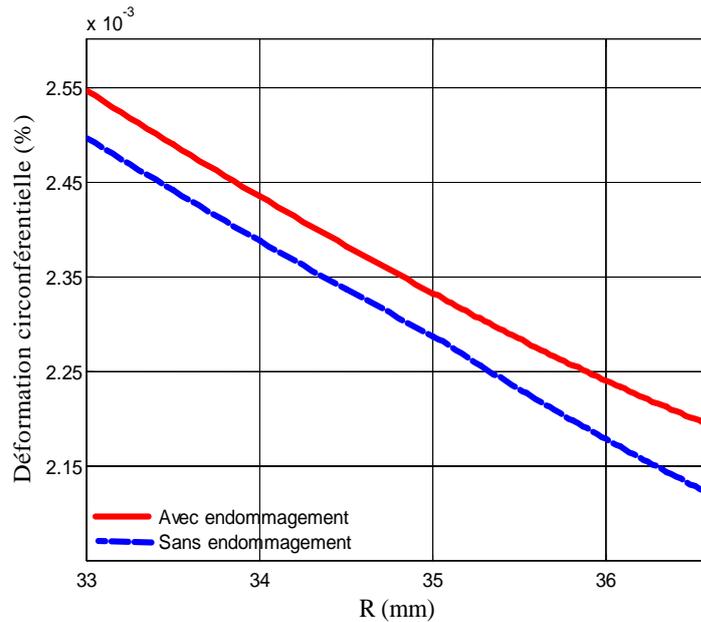


Figure 4.7 : Distribution de la déformation circonférentielle à travers la paroi du réservoir.

4.7- Contraintes

4.7.1- Contrainte axiale

La figure 4.8 présente la distribution de la contrainte axiale à travers la paroi du réservoir pour une pression de 10[MPa]. On remarque que la contrainte axiale avec endommagement est supérieure à celle sans endommagement dans l'enveloppe métallique. Dans la partie composite, on remarque que la contrainte axiale avec endommagement est plus petite que la contrainte axiale sans endommagement.

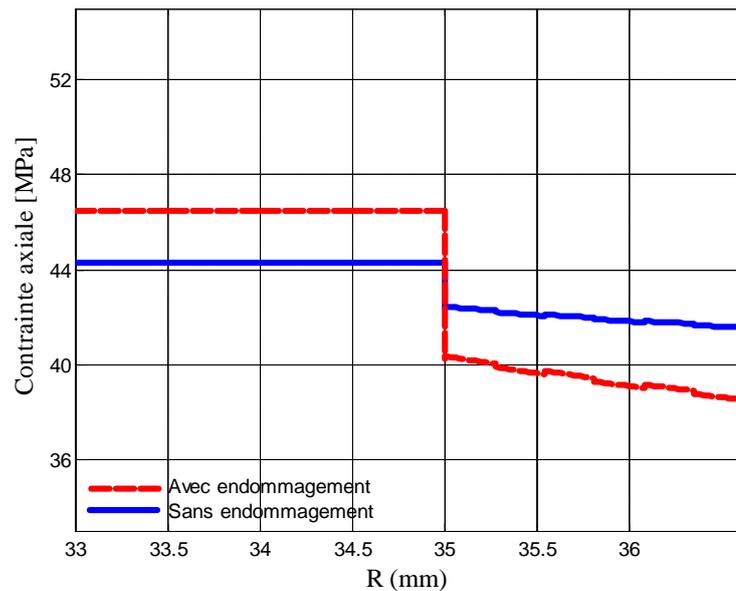


Figure 4.8 : Distribution de la contrainte axiale à travers la paroi du réservoir.

4.7.2- Contrainte radiale

La figure 4.9 présente la distribution de la contrainte radiale à travers la paroi du réservoir pour une pression de 10 [MPa]. La figure montre que la contrainte radiale avec endommagé et sans endommagement présente la même allure, mais avec une différence dans les valeurs presque non remarquable. On peut voir que les deux contraintes sont presque les mêmes à l'extrémité mais légèrement différentes sur toute la paroi du réservoir.

4.7.3- Contrainte circonférentielle

La figure 4.10 présente la distribution de la contrainte circonférentielle à travers la paroi du réservoir pour une pression égale à 10 [MPa]. La figure montre que les deux contraintes suivent la même allure.

La contrainte circonférentielle avec endommagement est supérieure que la contrainte circonférentielle sans endommagement dans l'enveloppe métallique, mais dans l'enveloppe composite, la contrainte circonférentielle avec endommagement est plus petite que sans endommagement.

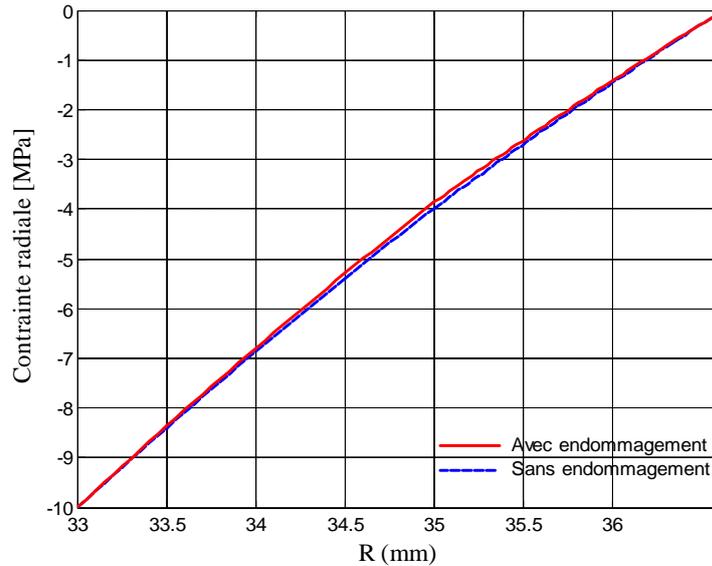


Figure 4.9 : Distribution de la contrainte radiale à travers la paroi du réservoir.

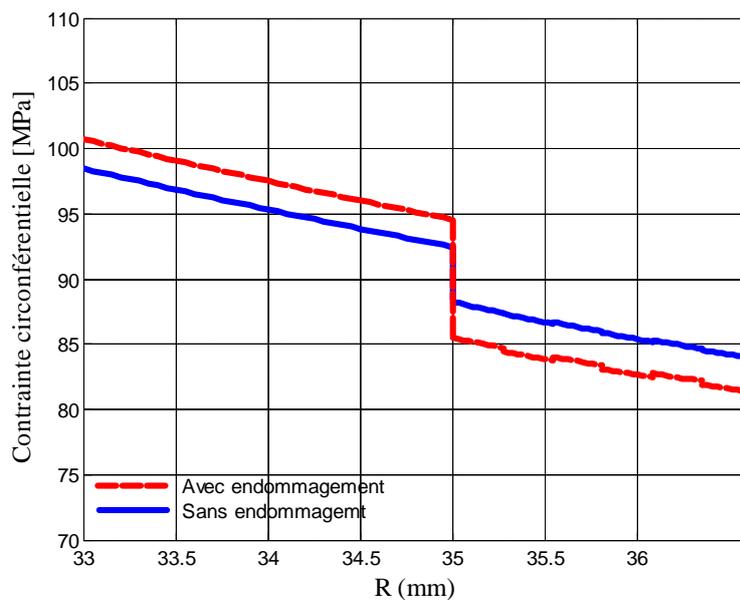


Figure 4.10 : Distribution de la contrainte circonférentielle à travers la paroi du réservoir.

4.7.4- Contrainte de cisaillement

La figure 4.11 présente la distribution de la contrainte de cisaillement à travers la paroi du réservoir pour une pression qui égale 10 [MPa].

On remarque que les deux contraintes suivent la même allure sur toute la paroi du réservoir. Dans la partie liner, les deux contraintes prennent des valeurs presque nulles, mais dans la

partie composite, on remarque que la contrainte de cisaillement avec endommagement est supérieure à la contrainte de cisaillement sans endommagement.

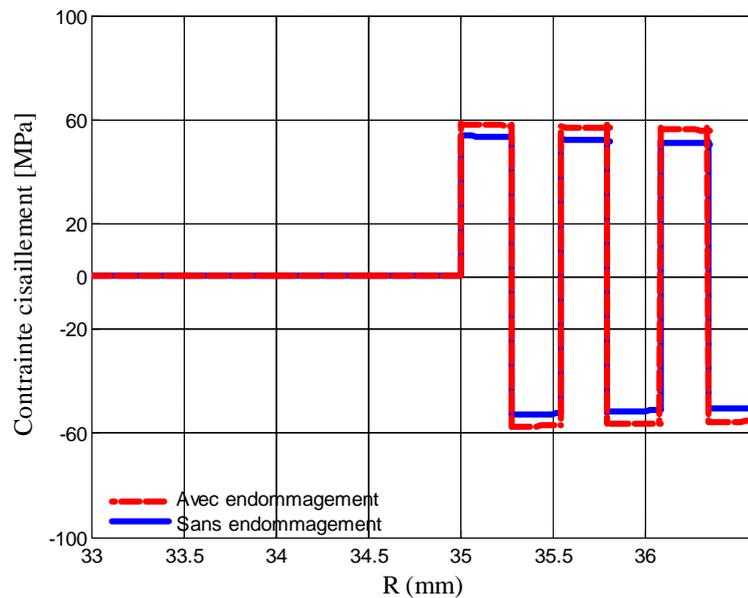


Figure 4.11: Distribution de la contrainte de cisaillement à travers la paroi du réservoir.

4.8- Critère de rupture de TSAI-WU

Le critère de rupture de TSAI- WU permet de déterminer la limite à la rupture des couches composites. Le [tableau 3.4](#) présente les contraintes à la rupture.

σ_{xU}	σ'_{xU}	σ_{yU}	σ'_{yU}	σ_{yxU}
1500 [MPa]	1500 [MPa]	250 [MPa]	50[MPa]	70 [MPa]

Tableau 4.3 : Contrainte à la rupture [31].

La [figure 4.12](#) présente le résultat du critère pour la couche composite la plus sollicitée à la rupture en fonction de la pression de chargement.

On remarque que la séquence $[\pm 50]_3$ est la plus sollicitée selon ce critère, le renforcement de cette dernière par des couches circonférentielles permet d'augmenter sa rigidité. La séquence $[\pm 60]_3$ présente un meilleur comportement à la rupture que toutes autres séquences d'empilement ($[\pm 50]_3$, $[\pm 55]_3$). La séquence $[\pm 50]_3$ renforcée par deux couches composites de $[+90]$ présente un meilleur comportement à la rupture que toutes autres séquences d'empilement.

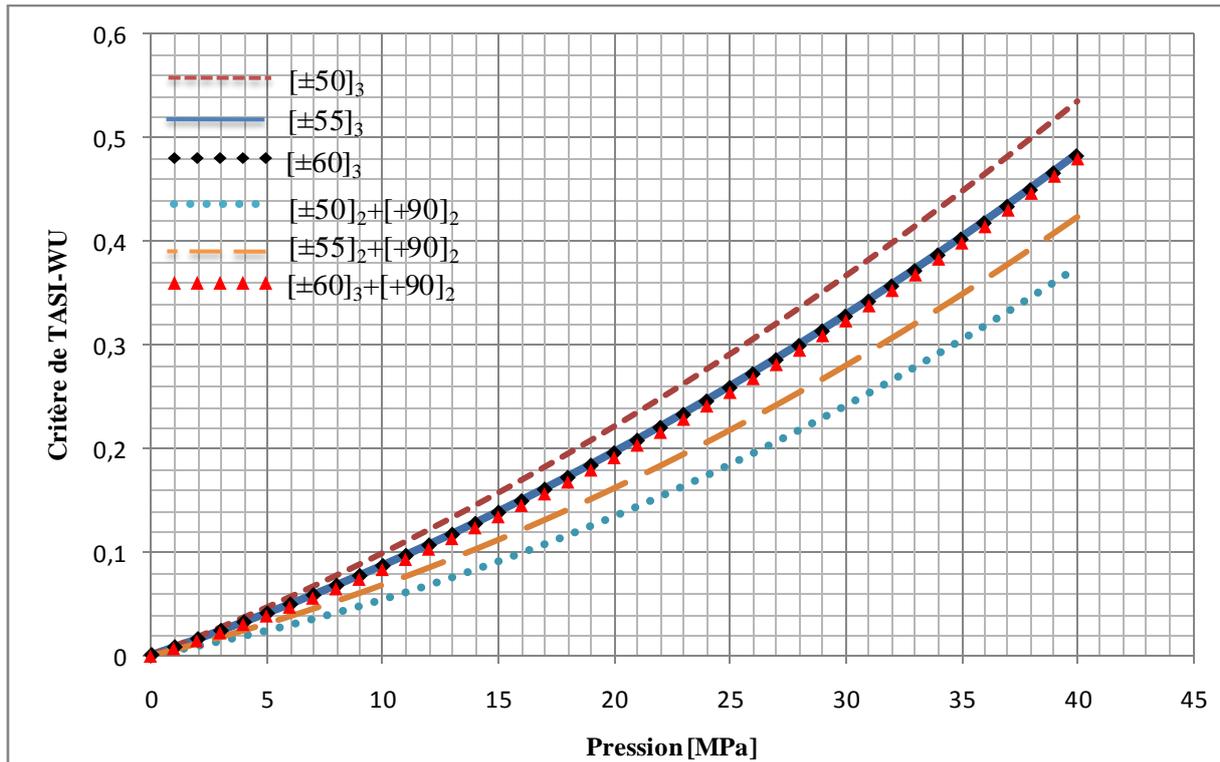


Figure 4.12: Comportement à la rupture de la partie composite selon le critère de TASI-WU.

4.9- Analyse du comportement d'un tube composite endommagé

Les résultats présentés dans cette partie sont pour un tube composite fabriqués par le procédé d'enroulement filamentaire, des fibres de verre et d'une matrice à base époxy. Le [tableau 4.4](#) montre les propriétés mécaniques verre/époxy.

Propriétés mécaniques	verre /époxy
E_x	55 [GPa]
E_y	21 [GPa]
E_z	21 [GPa]
ν_{xy}	0.268 [%]
ν_{yz}	0.495 [%]
ν_{xz}	0.268 [%]
G_{xy}	8.2677 [GPa]
G_{yz}	9 [GPa]
G_{xz}	9 [GPa]

Tableau 4.4 : Propriétés mécaniques verre /époxy [44].

4.9.1.1- Pression interne pure

La figure 4.13 présente les courbes contrainte- déformation pour un tube composite, réalisé par un angle d'enroulement de $[\pm 55]_3$. Ce tube est soumis à une pression interne pure. La figure présente les trois courbes expérimentales et analytiques sans et avec modélisation de l'endommagement. Les allures des trois courbes sont identiques et se caractérisent par un accroissement. Entre une valeur de contrainte 0 [MPa] et 150 [MPa], on remarque que les résultats analytiques sont les mêmes, mais à partir de 150 [MPa], on remarque une perte de rigidité dans la courbe des résultats du modèle analytique avec modélisation d'endommagement, c'est à dire que l'enveloppe composite commence à s'endommager.

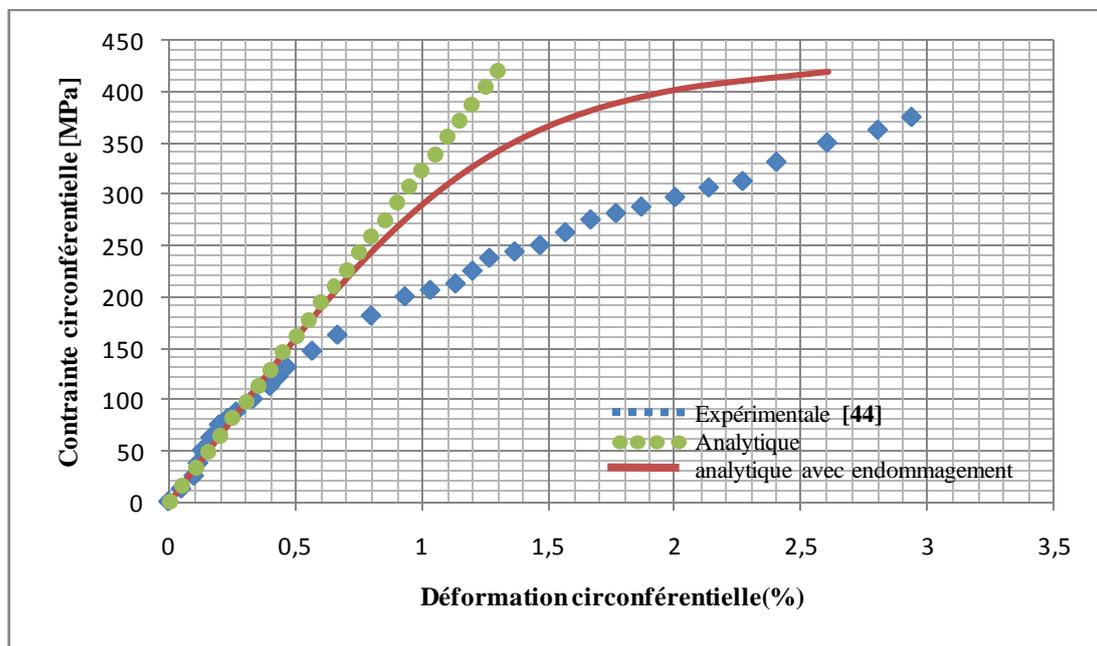


Figure 4.13 : Evolution de la contrainte circonférentielle en fonction de déformation circonférentielle (pression interne pure).

4.9.1.2- Pression interne avec effet de fond

La figure 4.14 présente l'évolution de la contrainte circonférentielle en fonction de la déformation circonférentielle pour un tube composite soumis à une pression interne pure avec effet de fond. Les résultats du modèle analytique avec et sans modélisation de l'endommagement sont presque les mêmes, mais on voit qu'à partir d'une contrainte de 200 [MPa], on remarque que les résultats du modèle analytique avec modélisation de l'endommagement commencent à prendre des valeurs différentes, c'est à dire que l'endommagement de la partie composite commence à partir de cette valeur.

Les déformations circonférentielles obtenu pour un chargement de pression interne avec effet de fond sont plus grandes que les déformations circonférentielles obtenu pour un chargement de pression interne pure.

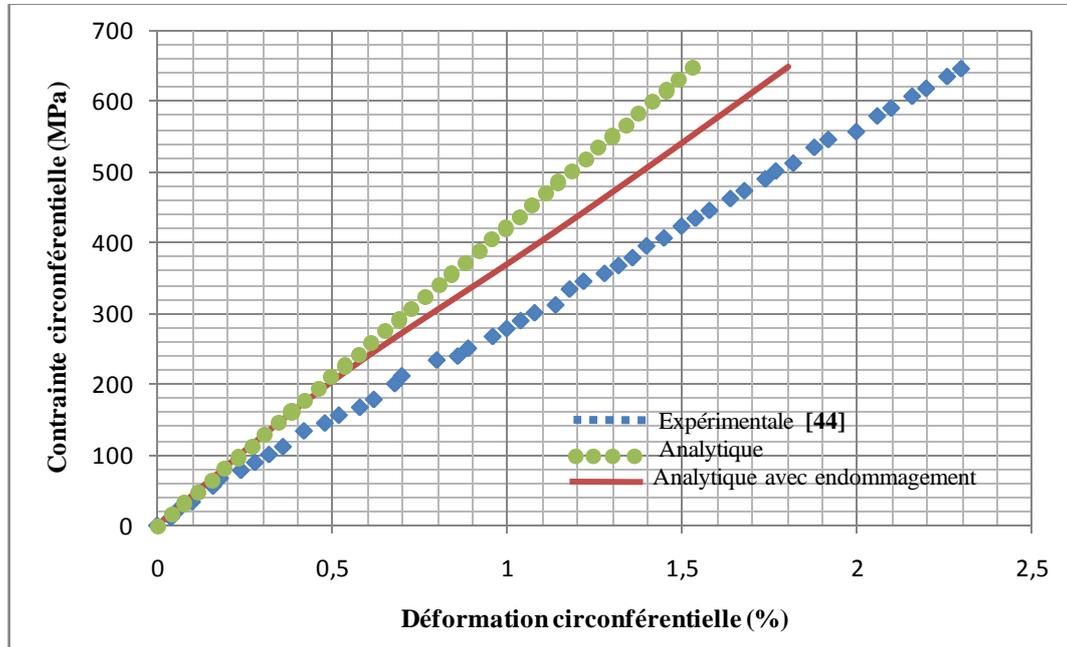


Figure 4. 14: Evolution de la contrainte circonférentielle en fonction de déformation circonférentielle (pression interne avec effet de fond).

4.10- Analyse du comportement endommagé cylindrique du réservoir type III

4.10.1- Réservoir type III avec une enveloppe composite verre/époxy

Les figures 4.15 et 4.16 présentent l'évolution de la déformation circonférentielle et axiale pour un tube composite Verre /Epoxy réalisé par un angle d'enroulement de $[\pm 55]_3$. La courbe représentée par une ligne continue, présente l'évolution déformation d'un tube composite vierge et l'autre courbe pointée pour un tube composite endommagé .On remarque que pour une valeur de contrainte variant de 0 [MPa] à 90 [MPa], les résultats sont les mêmes où on peut voir cela grâce à la superposition des courbes dans les deux figures, par contre à partir d'une valeur de 90 [MPa], on remarque une divergence entre les résultats , où la courbe du comportement du tube composite vierge continue à croître linéairement, mais l'autre courbe commence à croître hyperboliquement qui reflète le comportement mécanique du tube composite endommagé.

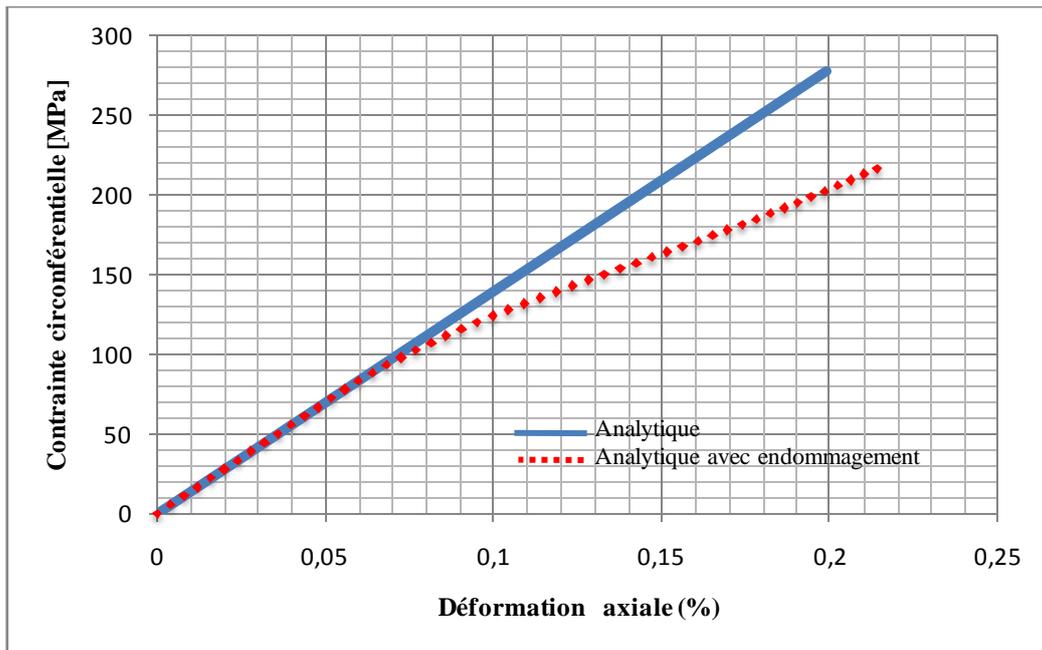


Figure 4.15 : Evolution de la contrainte circonférentielle en fonction de déformation axiale.

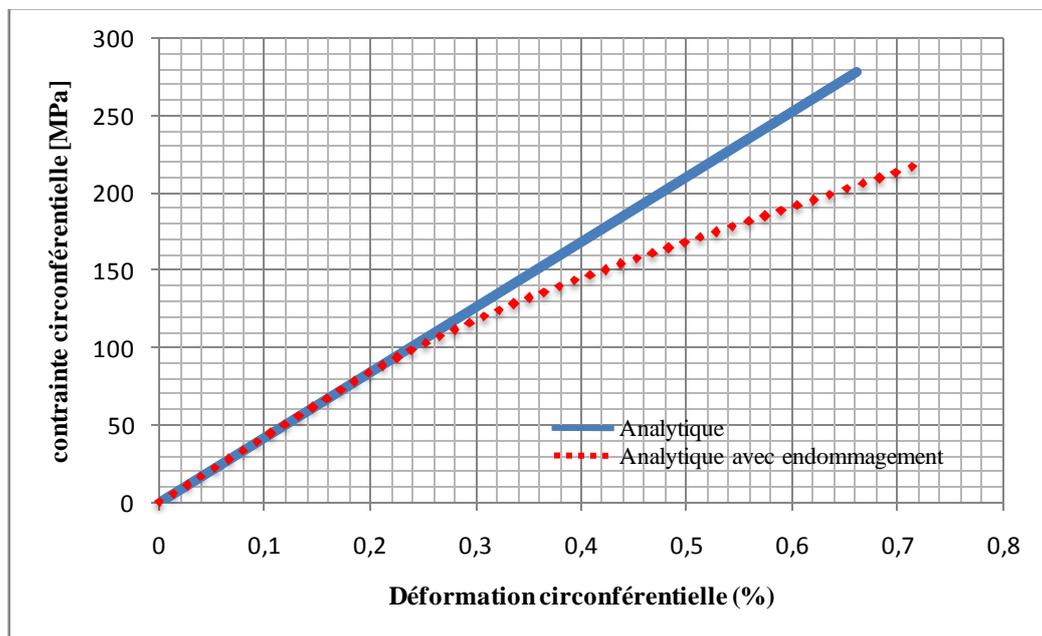


Figure 4.16 : Evolution de la contrainte circonférentielle en fonction de déformation circonférentielle.

4.10.2- Réservoir type III avec une enveloppe composite carbone/époxy

Les figures 4.17 et 4.18 présentent la variation de la contrainte circonférentielle en fonction des déformations circonférentielle et axiale respectivement. L'enveloppe composite est réalisée par le procédé d'enroulement filamentaire avec une séquence d'empilement de $[\pm 55]_3$. Les figures présentent les résultats du modèle analytique développé et les résultats expérimentaux de la référence [33].

Comme premier remarque, on peut dire que les allures de la contrainte circonférentielle en fonction des déformations axiale et circonférentielle pour les résultats du modèle analytique et du modèle analytique avec endommagement et les résultats expérimentaux sont identiques et elles reflètent le mode de chargement de pression interne avec effet de fond. Pour les deux figures, on voit qu'à partir une contrainte de 70 [MPa] qui correspond à une pression de 9 [MPa], les résultats analytiques avec modélisation d'endommagement présentent beaucoup plus de déformation que les résultats analytiques sans endommagement, c'est à dire il y a une perte de rigidité qui est la conséquence de l'endommagement de la parti composite.

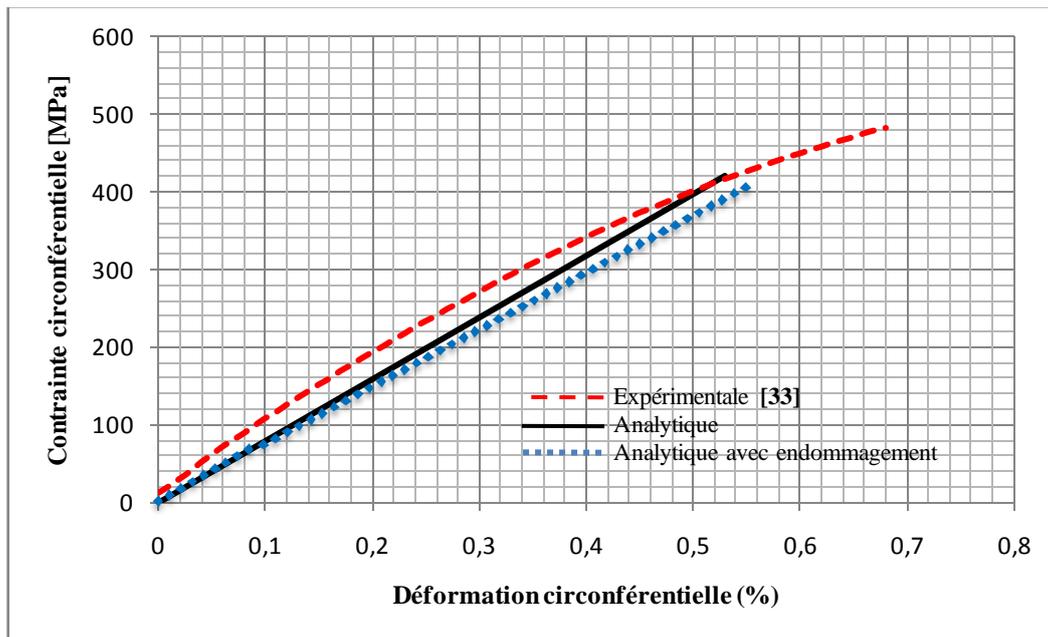


Figure 4.17 : Evolution de la contrainte circonférentielle en fonction de déformation circonférentielle de la séquence $[\pm 55]_3$ pour un chargement de 400 bars.

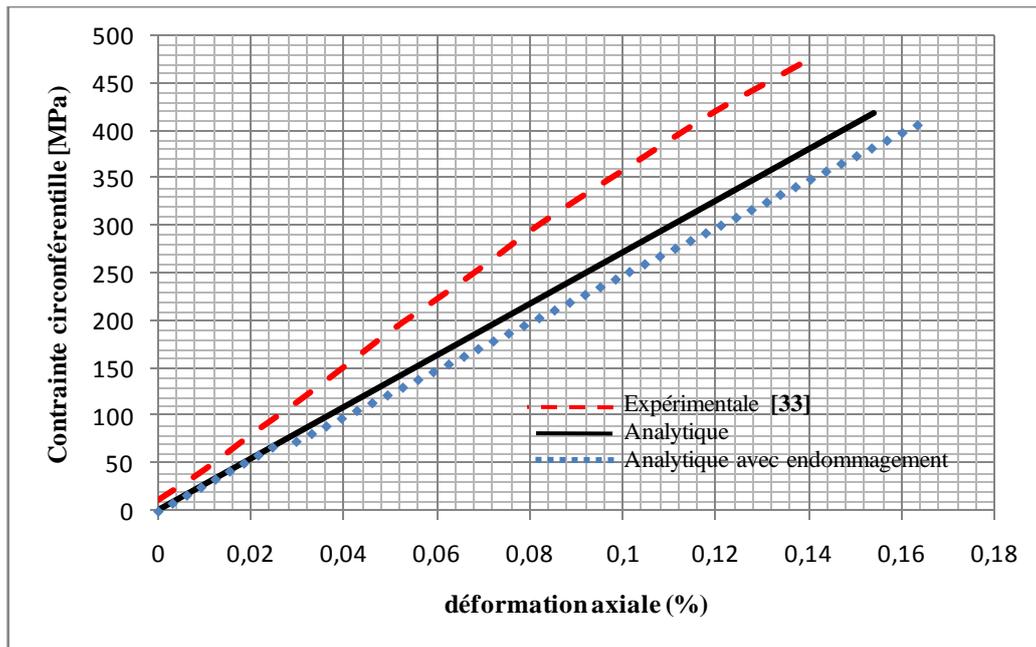


Figure 4.18 : Evolution de la contrainte circonférentielle en fonction de déformation axiale de la séquence $[\pm 55]_3$ pour un chargement de 400 bars.

4.11- Dégradation du module de « Young » transversal E_y

La figure 4.19 présente la variation du module de « Young » d'une enveloppe composite en cours de chargement du réservoir. On remarque deux phases :

-La première phase : pour une pression qui varie entre 0 [MPa] à 9 [MPa], le module de Young reste constant et prend une valeur initiale égale à 10700 [MPa].

-La deuxième phase : pour une pression qui varie entre 10 [MPa] à 50 [MPa], le module de Young décroît jusqu'à une valeur de 2200 [MPa] pour une pression de 50 [MPa]. Cette dégradation du module de Young est due à l'endommagement de l'enveloppe composite qui commence à s'endommager après une pression de chargement égale à 9 [MPa].

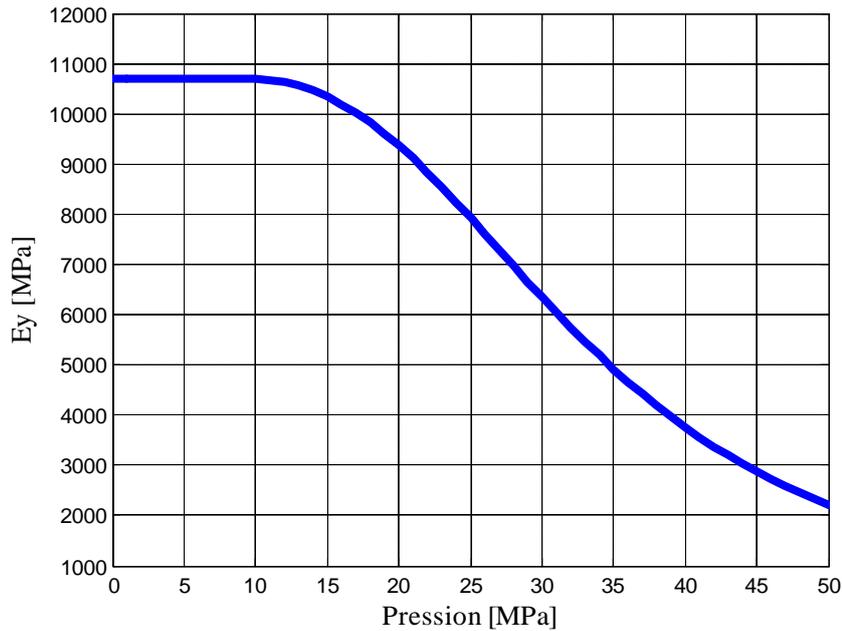


Figure 4.19 : Variation du module de Young transversale en fonction de la pression

4.10- Conclusion

L'objet du chapitre 4 était de présenter les résultats du modèle analytique du comportement mécanique endommagé développé, puis les comparer avec les résultats expérimentaux, où les résultats analytiques sont qualitativement concordants avec les résultats expérimentaux ([44], [33]). On note que le comportement du liner est caractérisé par une loi élastique et le celui du composite, par une loi élastique endommagée. Le critère de rupture de type TSAI-WU a été utilisé pour contrôler la structure composite.

Conclusion générale

Le travail présenté dans cette thèse a permis d'étudier le comportement mécanique d'un réservoir cylindrique de stockage d'hydrogène de type III pour le stockage d'hydrogène. Le réservoir est constitué d'une enveloppe métallique (liner) renforcée par un enroulement composite.

L'objet de cette étude était de simuler la réponse mécanique de la structure de stockage à un chargement quasi statique. Pour cela, un modèle analytique est proposé permettant de décrire le comportement mécanique de cette solution de stockage. Cette étude a été divisée en deux parties principales :

-La première partie a été consacrée à la présentation du modèle de comportement où l'on décrit le comportement de chaque constituant de la solution de stockage.

-La deuxième partie a été consacrée à la présentation des résultats du modèle en vue de voir l'effet de l'angle d'enroulement de la partie composite sur le comportement de la totalité de la structure, et aussi voir l'effet de la présence du phénomène d'endommagement de la partie composite sur la rigidité de toute la structure.

Pour la résolution analytique des équations des contraintes et des déformations et des déplacements, un programme de calcul a été développé en utilisant le MATLAB comme langage de programmation.

Les résultats obtenus par le modèle analytique pour des différentes séquences d'empilement, ont conduit aux conclusions suivantes :

- L'angle d'enroulement influence directement sur le comportement mécanique du réservoir.
- La présence d'un angle d'enroulement de 90° limitera la déformation dans le sens circonférentiel.
- Un angle d'enroulement de 60° présente un meilleur comportement selon le critère de TSIA-WU par rapport à ceux de 50° et 55° .
- Un angle d'enroulement de $50^\circ+90^\circ$ présente un meilleur comportement selon le critère de TSIA-WU par rapport à ceux de 50° , 55° et $55^\circ+90^\circ$, $60^\circ+90^\circ$.

Les résultats obtenus par le modèle analytique avec modélisation d'endommagement ont conduit aux conclusions suivantes :

- L'épaisseur de l'enveloppe métallique influe directement sur l'endommagement d'enveloppe composite du réservoir, où elle joue le rôle d'un obstacle qui limitera l'endommagement de l'enveloppe composite.
- Les propriétés mécaniques du matériau composite jouent un rôle très important sur l'endommagement de l'enveloppe composite du réservoir.
- L'endommagement de l'enveloppe composite commence dans la couche la plus sollicitée, d'après les résultats obtenus, la dernière couche est la plus endommagée.
- Les résultats du modèle analytique développé sont qualitativement concordants avec ceux expérimentaux.
- Pour les résultats du modèle analytique obtenu pour un réservoir type III, on peut remarquer bien l'effet de l'endommagement du composite si on augmente la pression de chargement plus que 40[MPa].

Perspectives :

Pour améliorer le travail présenté dans cette thèse, on propose les perspectives suivantes :

- La prise en compte de la plastification de l'enveloppe métallique qui permettra d'améliorer les résultats du modèle analytique.
- La prise en compte l'effet des contraintes résiduelles thermiques induites lors de la fabrication de structure de réservoir.
- La prise en compte de l'endommagement des fibres.
- L'analyse numérique de l'effet d'une fissuration au niveau du liner sur la totalité de la structure de stockage.

Références bibliographiques

- [1] **Seth D.**: *Hydrogen Futures: Toward a Sustainable Energy System*, World Watch, Paper 157, World watch Institute, Washington, August **2001**.
- [2] **Joubert J.-M., Cuevas F., Latroche M. et Percheron G. A.** : *Stockage de l'hydrogène et risques*, 15ème Journée du CUEPE, Colloque du cycle de formation du CUEPE, *L'hydrogène, futur vecteur énergétique*, Genève le 13 mai **2005**.
- [3] **R. Benchrif, D. Zejli et A. Bennouna**; Hydrogène solaire : Vecteur d'énergie de l'avenir ; L'ESPACE MAROCAINE, Magazine Scientifique pour une Nouvelle Dynamique, n°5, pp 42 – 45, **1992**.
- [4] **R. Benchrif, D. Zejli et A. Bennouna**; Hydrogène solaire : Vecteur d'énergie de l'avenir ; L'ESPACE MAROCAINE, Magazine Scientifique pour une Nouvelle Dynamique, n°5, pp 42 – 45, **1992**.
- [5] **Aceves S. M.; Berry G. D. et Rambach G. D.**: *Insulated pressure vessels for hydrogen storage on vehicles* , Int. J. Hydrogen Energy, Vol. 23, No. 1, pp. 583-591, **1998**.
- [6] **Janot R., Latroche M. et Percheron-Guégan A.** : *Development of a hydrogen absorbing layer in the outer shell of high pressure hydrogen tanks* *Development of a hydrogen absorbing layer in the outer shell of high pressure hydrogen tanks*, Materials Science and Engineering B 123, 187–193, **2005**.
- [7] **Zhang N., Lior N.**: *Anovel Brayton cycle with the integration of liquid hydrogen cryogenic exergy utilization* - Journal of Hydrogen energy, Volume 33, pp 214-224, **2008**.
- [8] CEA La filière hydrogène: *Avancées récentes de la recherche, perspectives industrielles*, www.cea.fr/content/download/4814/28709/file/Hydrogene-perspectives2007.pdf.
- [9] **Davis P., Chauchot P.**, *Composites for marines applications – part 2: underwater structures*, Mechanics of Composite Materials and structures, pp. 249-260, Kluwer Academic Pub., **1999**.
- [10] **Hwang T.-K., Hong C.-S. et Kim C.-G.**: *Probabilistic deformation and strength prediction for a filament wound pressure vessel* *Composites*, Part B: Engineering Volume 34, Issue 5 , Pages 481-497, Elsevier eds, 1 July **2003**.
- [11] **Wang X., Zhang Y.C. et Dai H.L.**: *Critical strain for a locally elliptical delamination near the surface of a cylindrical laminated shell under hydrothermal effects*, Composite Structures, Vol.67, p.491-499, **2005**.
- [12] **Kabir M. Z.**: *Finite element analysis of composite pressure vessels with a load sharing metallic liner*, Composite Structures, Vol.49, 247-255, (**2000**).
- [13] **Hufenbach W., Holste C. and Kroll L.** *Vibration and damping of multi-layered composite cylindrical shells*, Composite Structures, 58, pp. 165-174, **2002**.
- [14] **Vasiliev Vv., Krinakov A.A. et Razin A.F.**: *New generation of filament-wound composite pressure vessels for commercial applications*, Composite Structure, Vol.62, p.449-459, **2003**.
- [15] **MESSAGER T., Pyrz M., Gineste B. et Chauchot P.** : *Optimal laminations of thin underwater composite cylindrical vessels*, Composite Structures Volume 58, Issue 4 , Pages 529-537, Elsevier eds, December **2002**.

- [16] **Moreno H.H.** : *Monitoring de la fabrication de tubes composites réalisés par enroulement filamentaire et comportement mécanique sous pression externe*, Thèse de doctorat en génie mécanique, Toulouse **2006**.
- [17] **Berthelot J.-M.** : *Matériaux composites, Comportement mécanique et analyse des structures*, 3^{ème} édition TEC & DOC, **1999**.
- [18] **Shen F.** *C.A filament-wound structure technology overview*, Materials Chemistry and Physics 42, 96-100, **1995**.
- [19] **Changliang Z., Mingfa R., Wei Z., Haoran C.** : *Delamination prediction of composite filament wound vessel with metal liner under low velocity impact*, Composite Structures, 75 387–392, **2006**.
- [20] **Moncel L.** : *Etude des mécanismes d'endommagement d'un assemblage cuivre / composite carbone –carbone sous chargement thermomécanique*, Thèse de doctorat en mécanique – 18 juin **1999** – Université Bordeaux I.
- [21] **Carbillet S.** : *Contribution aux calculs fiabilistes sur des structures composites*, Thèse de doctorat de l'université de Franche-Comté, n° 1063, **2005**.
- [22] **Farines L.** : *Evaluation du potentiel restant de structures composites verre/époxy soumises à des sollicitations de fatigue*, Thèse de doctorat de l'université de Franche-Comté, **2007**.
- [23] **Gasquez F.** : *Etude des réservoirs entièrement bobinés en composite destinés au stockage d'hydrogène sous pression* Thèse de doctorat de l'université de Franche-Comté, **2008**.
- [24] **Parnas L. et Katrice N.** : *Design of fiber-reinforced composite pressure vessels under various loading conditions*, Composite Structures, 58, 83-95, **2002**.
- [25] **Zheng J.Y., Liu P.F.** : *Elasto-plastic stress analysis and burst strength evaluation of Al-carbon fiber/epoxy composite cylindrical laminates*, Computational Materials Science, **2007**.
- [26] **Xia M., Takayanagi H. et Kemmochi K.** : *Analysis of multi-layered filament -wound composite pipes under internal pressure*, Composites structures, Vol.53, pp. 483-491, **2001**.
- [27] **Xia M., Takayanagi H. et Kemmochi K.** : *Analysis of filament-wound reinforced sandwich pipe under combined internal pressure and thermomechanical loading*, Composites structures, vol. 51, pp. 273-283, **2001**.
- [28] **Chapelle D. et Perreux D.** : *Optimal design of a Type 3 hydrogen vessel: Part I—Analytic modelling of the cylindrical section*, International Journal of Hydrogen Energy;31:627-638, 2006.
- [29] **Vang L.**, *Contribution à la modélisation méso-macro des structures composites stratifiés*, Thèse de doctorat de l'université de Franche- Comté, **2002**.
- [30] **A.Hocine , A.Bzazi , L.Boubkar , A.Benamar , A.Konorats** : *Multilayer tubular composite reinforced by a liner behaviour under pressure loading simulation*, International Journal.ISSN.Nr-5(55) pp11-19.1392-1207 MECHANIKA **2005**
- [31] **A.Hocine , A.Bzazi , L.Boubkar , A.Benamar , A.Konorats** : *Multilayer tubular composite reinforced by a liner behaviour under thermo-mechanical loading simulation*, International Journal.ISSN.Nr-2(58) pp17-23.1392-1207 MECHANIKA **2006**.

- [32] **A.Hocine , A.Bzazi , L.Boubkar , A.Benamar , A.Konorats:** *Experimental and analytical of the cylindrical part of a metallic vessel reinforced by filament winding whithe subimitted to internal pressure*, International Journal of Pressure Vessels and Piping;86:649-655,2009.
- [33] **A.Hocine** « *Analyse et modélisation d'une solution hybride de stockage d'hydrogène haut pression* » thèse de doctorat USTO **2008**.
- [34] **Tabakov P.Y., Summers E.B.:** *Lay-up optimization of multilayered anisotropic cylinders based on a 3-D elasticity solution*, Computers and Structures, 84, 374–384, **2006**.
- [35] **Onur Sayman.:** *Analysis of multi-layered composite cylinders under hygrothermal loading*, Composites: Part A: Applied science and manufacturing, 36, 923–933, **2005**.
- [36] **Projet Solhy**, Coordonnateurs M. L. Boubakar et D. Chapelle - Laboratoires Partenaires : LEMTA - Nancy, LCMTR – Thiais, LMARC – Besançon, *Analyse et développement d'une Solution Hybride combinant les voies solide et gazeuse pour le stockage d'hydrogène*. ACTION CONCERTEE ENERGIE CNRS – Ministère de la Recherche 20/12/2006
- [37] **Gelin J.C., Labergère C., Boudeau N. et Thibaud S. :** *Modélisation et simulation de l'hydroformage de liners métalliques pour le stockage d'hydrogène sous haute pression*, 7^{ème} colloque national en calcul des structures 17-20 Mai **2005**, Giens (Var).
- [38] **Borrego L.P. A. : L.M. Abreu B, J.M. Costa C, J.M. Ferreira C.:** *Analysis of low cycle fatigue in AlMgSi aluminium alloys*, Journal Engineering Failure Analysis, Volume 11, Issue 5 , Pages 715-725,Octobre **2004**.
- [39] **Rambaud B., Taillandier T. M., Limam A., Mazars J., Daudeville L.,** *Quantification de la sollicitation avalancheuse par analyse en retour du comportement de structures métalliques*, Projet expérimental – Col du Lautaret, Projet RGCU – Prane 12/2002
- [40] **Draïdi Z.** *Renforcement et réparation des coques métalliques par matériaux composites (TFC) Etude du comportement au flambage - approche expérimentale et numérique*, Thèse de doctorat de l'institut national des sciences appliquées- Lyon, **2005**.
- [41] **Liang C. C. et Chen H.-W. :** *Optimum design of fiber-reinforced composite cylindrical skirts for solid rocket cases subjected to buckling and overstressing constraints*, Composites: Part B 34, pp. 273–284, Elsevier eds, **2003**.
- [42] **Bathias C,** *Fatigue des matériaux composites à matrice polymère et fibres longues*, Technique de l'Ingénieur, vol. AM6, n° A7760, **1991**.
- [43] **Andersons J, Hojo M, Ochiai S.,** *Empirical model for stress ratio effect on fatigue delamination growth rate in composite laminates*, International Journal of Fatigue, vol.26,pp.597–604, **2004**
- [44] **D.Perreux, E.Joseph** *The effect of frequency on the fatigue performance of filament-wound pipes under biaxial loading: Experimental results and damage model.*, International Journal of Pressure Vessels and Piping; 57:353-364, **1997**.

Les composants de la matrice A

$$d_{11} = r_0^{B^1-1} [C_{23}^1 + B \times C_{33}^1]$$

$$e_{11} = r_0^{-B^1-1} [C_{23}^1 + (-B) \times C_{33}^1]$$

$$a_{11} = [\alpha_2^1 \times (C_{23}^1 \times C_{33}^1) + C_{33}^1]$$

$$a_{12} = [\alpha_4^1 \times (C_{23}^1 \times 2C_{33}^1) + C_{36}^1]$$

$$d_{21} = r_1^{B^1}$$

$$d_{21} = -r_1^{B^2}$$

$$e_{21} = r_1^{-B^1}$$

$$e_{22} = -r_1^{-B^2}$$

$$a_{21} = r_1 (\alpha_2^1 - \alpha_2^2)$$

$$a_{22} = r_1^2 (\alpha_4^1 - \alpha_4^2)$$

$$d_{32} = r_2^{B^2}$$

$$d_{33} = -r_2^{B^3}$$

$$e_{32} = r_2^{-B^2}$$

$$e_{33} = -r_2^{-B^3}$$

$$a_{21} = r_2 (\alpha_2^2 - \alpha_2^3)$$

$$a_{22} = r_2^2 (\alpha_4^2 - \alpha_4^3)$$

$$d_{43} = r_3^{B^3}$$

$$d_{44} = -r_3^{B^4}$$

$$e_{42} = r_3^{-B^3}$$

$$e_{44} = -r_3^{-B^4}$$

$$a_{41} = r_3 (\alpha_2^3 - \alpha_2^4)$$

$$a_{42} = r_3^2 (\alpha_4^3 - \alpha_4^4)$$

$$d_{51} = r_1^{B^1-1} [C_{23}^1 + B^1 \times C_{33}^1]$$

$$d_{52} = -r_1^{B^2-1} [C_{23}^2 + B^2 \times C_{33}^2]$$

$$e_{51} = r_1^{-B^1-1} [C_{23}^1 + (-B^1) \times C_{33}^1]$$

$$e_{52} = r_1^{-B^2-1} [C_{23}^2 + (-B^2) \times C_{33}^2]$$

$$a_{51} = [\alpha_2^1 (C_{23}^1 + C_{33}^1) + C_{13}^1] - [\alpha_2^2 (C_{23}^2 + C_{33}^2) + C_{13}^2]$$

$$a_{51} = r_1 \left[[\alpha_4^1 (C_{23}^1 + 2C_{33}^1) + C_{36}^1] - [\alpha_4^2 (C_{23}^2 + 2C_{33}^2) + C_{36}^2] \right]$$

$$d_{62} = r_2^{B^2-1} [C_{23}^2 + B^2 \times C_{33}^2]$$

$$d_{63} = -r_2^{B^3-1} [C_{23}^3 + B^3 \times C_{33}^3]$$

$$e_{62} = r_2^{-B^2-1} [C_{23}^2 + (-B^2) \times C_{33}^2]$$

$$e_{63} = -r_2^{-B^3-1} [C_{23}^3 + (-B^3) \times C_{33}^3]$$

$$a_{61} = [\alpha_2^2 (C_{23}^2 + C_{33}^2) + C_{13}^2] - [\alpha_2^3 (C_{23}^3 + C_{33}^3) + C_{13}^3]$$

$$a_{62} = r_2 \left[[\alpha_4^2 (C_{23}^2 + 2C_{33}^2) + C_{36}^2] - [\alpha_4^3 (C_{23}^3 + 2C_{33}^3) + C_{36}^3] \right]$$

$$d_{73} = r_3^{B^3-1} [C_{23}^3 + B^3 \times C_{33}^3]$$

$$d_{74} = -r_3^{B^4-1} [C_{23}^4 + B^4 \times C_{33}^4]$$

$$e_{73} = r_3^{-B^3-1} [C_{23}^3 + (-B^3) \times C_{33}^3]$$

$$e_{74} = -r_3^{-B^4-1} [C_{23}^4 + (-B^4) \times C_{33}^4]$$

$$a_{71} = [\alpha_2^3 (C_{23}^3 + C_{33}^3) + C_{13}^3] - [\alpha_2^4 (C_{23}^4 + C_{33}^4) + C_{13}^4]$$

$$a_{62} = r_3 \left[[\alpha_4^3 (C_{23}^3 + 2C_{33}^3) + C_{36}^3] - [\alpha_4^4 (C_{23}^4 + 2C_{33}^4) + C_{36}^4] \right]$$

$$d_{84} = r_4^{B^4-1} [C_{23}^4 + B^4 \times C_{33}^4]$$

$$e_{84} = r_4^{-B^1-1} [C_{23}^4 + (-B^4) \times C_{33}^4]$$

$$a_{81} = \alpha_2^4 (C_{23}^4 + C_{33}^4) + C_{13}^4$$

$$a_{62} = r_4 [\alpha_4^4 (C_{23}^4 + 2C_{33}^4) + C_{36}^4]$$

$$d_{91} = \frac{(C_{12}^1 + B^1 C_{13}^1)}{B^1 + 1} \times [r_1^{B^1-1} - r_0^{B^1-1}]$$

$$d_{92} = \frac{(C_{12}^2 + B^2 C_{13}^2)}{B^2 + 1} \times [r_2^{B^2-1} - r_1^{B^2-1}]$$

$$d_{93} = \frac{(C_{12}^3 + B^3 C_{13}^3)}{B^3 + 1} \times [r_3^{B^3-1} - r_2^{B^3-1}]$$

$$d_{94} = \frac{(C_{12}^4 + B^4 C_{13}^4)}{B^4 + 1} \times [r_4^{B^4-1} - r_3^{B^4-1}]$$

$$e_{91} = \frac{(C_{12}^1 + (-B^1)C_{13}^1)}{-B^1 + 1} \times [r_1^{B^1-1} - r_0^{B^1-1}]$$

$$e_{92} = \frac{(C_{12}^2 + (-B^2)C_{13}^2)}{-B^2 + 1} \times [r_2^{B^2-1} - r_1^{B^2-1}]$$

$$e_{93} = \frac{(C_{12}^3 + (-B^3)C_{13}^3)}{-B^3 + 1} \times [r_3^{B^3-1} - r_2^{B^3-1}]$$

$$d_{94} = \frac{(C_{12}^4 + (-B^4)C_{13}^4)}{-B^4 + 1} \times [r_4^{B^4-1} - r_3^{B^4-1}]$$

$$a_{91} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 [r_k^2 - r_{k-1}^2] \times [\alpha_2^k (C_{12}^k + 2C_{13}^k) + C_{11}^k]$$

$$a_{91} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^4 [r_k^3 - r_{k-1}^3] \times [\alpha_4^k (C_{12}^k + 2C_{13}^k) + C_{16}^k]$$

$$d_{101} = \frac{(C_{26}^1 + B^1 C_{36}^1)}{B^1 + 2} \times [r_1^{B^1+2} - r_0^{B^1+2}]$$

$$d_{102} = \frac{(C_{26}^2 + B^2 C_{36}^2)}{B^1 + 2} \times [r_2^{B^2+2} - r_1^{B^2+2}]$$

$$d_{103} = \frac{(C_{26}^3 + B^3 C_{36}^3)}{B^3 + 2} \times [r_3^{B^3+2} - r_2^{B^3+2}]$$

$$d_{104} = \frac{(C_{26}^4 + B^4 C_{36}^4)}{B^4 + 2} \times [r_4^{B^4+2} - r_3^{B^4+2}]$$

$$e_{101} = \frac{(C_{26}^1 + (-B^1)C_{36}^1)}{B^1 + 2} \times [r_1^{-B^1+2} - r_0^{-B^1+2}]$$

$$e_{102} = \frac{(C_{26}^2 + (-B^2)C_{36}^2)}{B^2 + 2} \times [r_1^{-B^2+2} - r_0^{-B^2+2}]$$

$$e_{103} = \frac{(C_{26}^3 + (-B^3)C_{36}^3)}{B^1 + 2} \times [r_1^{-B^3+2} - r_0^{-B^3+2}]$$

$$e_{104} = \frac{(C_{26}^4 + (-B^4)C_{36}^4)}{B^4 + 2} \times [r_1^{-B^4+2} - r_0^{-B^4+2}]$$

$$a_{101} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^4 [r_k^3 - r_{k-1}^3] \times [\alpha_2^k (C_{26}^k + 2C_{36}^k) + C_{16}^k]$$

$$a_{102} = \frac{1}{4} \sum_{k=1}^4 [r_k^3 - r_{k-1}^3] \times [\alpha_4^k (C_{26}^k + 2C_{36}^k) + C_{66}^k]$$