

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ HASSIBA BENBOUALI DE CHLEF



Université Hassiba Benbouali de Chlef
Faculté des Sciences et des Sciences de l'Ingénieur

DEPARTEMENT DE MECANIQUE

Thèse de Magister

Présentée par :

BENDRISS Abdelkader

SPECIALITÉ : Mécanique
OPTION : Simulation Mécanique

Thème

**Simulation d'un mécanisme de façonnage automatique
d'une fondation parallélépipédique - Application au
bâtiment**

Devant le jury composé de Mrs :

Pr Bettahar Ahmed
Pr Loukarfi Larbi
Pr Bounif Abdelhamid
Dr Tahar Abbes Miloud

UHB Chlef
UHB Chlef
USTOran
UHB Chlef

Président
Examineur
Examineur
Directeur de thèse.

Résumé

On présente dans cette étude la simulation d'un mécanisme de façonnage automatique d'une fondation de forme parallélépipédique. L'application peut être étendue à la réalisation des fondations de bâtiment ou de maison individuelle. L'étude est basée sur le mouvement cinématique et dynamique d'un bras manipulateur d'une pelle hydraulique. Partant des paramètres géométriques d'entrée de base de la fosse à excaver, le système donne en sortie la simulation du mécanisme, ainsi que la trajectoire de façonnage automatique de la fondation parallélépipédique.

Un programme interactif écrit en JAVA prend en charge la simulation du bras manipulateur de l'engin d'excavation, ainsi que les positions des différentes articulations du mécanisme de façonnage. Un programme écrit en MATLAB simule la trajectoire de l'extrémité du godet et du bras. Le programme écrit en JAVA fait appel à un programme écrit en FORTRAN qui prend en charge le calcul de la trajectoire de façonnage automatique de la fondation parallélépipédique.

Les résultats obtenus montrent, le positionnement tridimensionnel des différentes articulations du bras manipulateur en fonction, des angles de rotation, d'un point de référence, ainsi que la trajectoire de l'extrémité du godet et du bras, et enfin la simulation de la trajectoire de façonnage automatique de la fondation parallélépipédique.

Mots clés:

Simulation, mécanisme, automatisation.

Abstract

This study presents the simulation of an automatic mechanism of excavating a parallelepiped foundation shape. The application can be extended to achieve the foundation of building or a house. The study is based on the kinematics and dynamic movement of a manipulator arm of an excavator. Based on geometrical basic parameters entry of the foundation to excavate, the system gives in output the simulation of the mechanism, as well as the trajectory of automatic excavating of the foundation parallelepiped.

An interactive program written in JAVA deals with the simulation of the manipulator arm of excavation machine, as well as the position of the various articulations of the excavating mechanism. A program written in MATLAB simulates the trajectory of the tip bucket and arm. The program written in JAVA calls upon a program written in FORTRAN which deals with calculation the trajectory of automatic excavating of the foundation parallelepiped.

The results obtained show, positioning three-dimensional of the various articulations of the arm manipulator in function of, rotation angles, or a referential point, and a simulation of the mechanism in a state of excavation and unloading, as well the trajectory of the bucket and the arm, finally the simulation of the automatic trajectory of excavating of the parallelepiped foundation shape.

Keys words:

Simulation, mechanism, automatisaion

SOMMAIRE

INTRODUCTION GÉNÉRALE	7
CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	
1.1 Introduction	10
1.2 Position du problème	11
1.2.1 Le façonnage comme problème de simulation.....	11
1.3 La simulation du mécanisme	12
1.4 Modèles de mécanisme	12
1.4.1 Modèles cinématiques du mécanisme	12
1.4.2 Modèles dynamiques du mécanisme	13
1.5 Interaction Sol-Outil	14
1.6 L'automatisation de façonnage	18
1.6.1 L'automation de mécanisme de façonnage	18
1.6.2 L'automation de l'opération de façonnage	18
CHAPITRE 2 : CHOIX DE LA MACHINE EXCAVATRICE	
2.1 Introduction	21
2.2 Méthodes d'excavation	21
2.3 Machines d'excavation	22
2.3.1 Machines rotatives.....	23
2.3.2 Machines cycliques.....	25
2.4 Choix de la machine excavatrice	26
2.5 Description de la machine	27
CHAPITRE 3 : ÉTUDE CINÉMATIQUE DU BRAS MANIPULATEUR	
3.1 Introduction	30
3.2 Représentation spatiale	31
3.3 Le modèle cinématique du mécanisme	34
3.3.1 La cinématique directe du bras manipulateur.....	35
3.3.2 Les paramètres de DH (Denavit-Hertenberg)	36

3.3.3 Les matrices de transformation	37
3.3.4 La matrice de transformation manipulatrice	39
3.3.5 Calcul de la position du godet	40
3.4 La cinématique inversée du bras manipulateur	41
3.4.1 Équation de la cinématique inversée du bras manipulateur	42
3.5 Équations des vitesses et des accélérations	44
3.5.1 Équations de vitesse et d'accélération pour chaque liaison	45

CHAPITRE 4 : ÉTUDE DYNAMIQUE DU BRAS MANIPULATEUR

4.1 Le modèle dynamique du mécanisme	51
4.2 Équation de mouvement du mécanisme	51
4.3 Équation de mouvement pour chaque liaison	53
4.3.1 Équation de mouvement pour le godet	54
4.3.2 Équation de mouvement pour le bras	55
4.3.3 Équation de mouvement pour la flèche	58
4.4 Équation de mouvement Dynamique du bras manipulateur	60
4.4.1 Le vecteur de rigidité	60
4.4.2 La matrice de Coriolis	60
4.4.3 La matrice d'inertie	61
4.4.4 La matrice du moment	62
4.4.5 Le vecteur couple de chargement	62

CHAPITRE 5 : MÉTHODES DE RÉOLUTION

5.1 Introduction	64
5.2 Analyse de l'opération de façonnage	64
5.3 Calcul des positions des articulations	66
5.4 Méthode de résolution	67
5.4.1 Algorithme de la modélisation cinématique directe	67
5.4.2 Algorithme de la modélisation cinématique inversée	67
5.5 Analyse de l'opération de façonnage	70
5.6 Algorithme de façonnage automatique de fondation parallélépipédique	71

CHAPITRE 6 : SIMULATION ET RÉSULTATS

6.1 Introduction	74
6.2 Trajectoire et modèle de simulation	74
6.3 La simulation cinématique du mécanisme	75
6.3.1 Modélisation cinématique directe	76
6.3.2 Modélisation cinématique inversée	76
6.3.3 La simulation du mécanisme	78
6.4 Modélisation de l'opération de façonnage	80
6.5 Modélisation de façonnage automatique de fondation parallélépipédique	81
CONCLUSION GÉNÉRALE	88
Références bibliographiques	91
Annexe 1	97
Annexe 2	103
Annexe 3	105

Nomenclature

A_{i-1}^i	Matrice de transformation de l'articulation i-1 vers l'articulation i
A_0^N	Matrice de transformation manipulatrice
a_i	Longueur de la liaison i
$B(\dot{\theta})$	Force de frottement
$C(\theta, \dot{\theta})$	Matrice de Coriolis
C_{ij}	Terme de la matrice de Coriolis
$D(\theta)$	Matrice d'inertie
D_{ij}	Terme de la matrice d'inertie
F_n	Force de réaction normale sur le godet
F_t	Force de réaction tangentielle sur le godet
${}^i F_O^i$	Force initiale de la liaison i par rapport à la $i^{\text{ème}}$ coordonnée système
F	Force des vérins hydrauliques
$G(\theta)$	Matrice de rigidité du mécanisme de façonnage
L_{ij}	Longueur entre l'articulation i et l'articulation j du mécanisme
${}^i M_O^i$	Moment initial de la liaison i par rapport à la $i^{\text{ème}}$ coordonnée système
m_i	Masse de la liaison i du mécanisme
O_i, x_i, y_i, z_i	Repère relatif de l'articulation i
R_{i+1}^i	Sub-matrice de rotation de la transformation homogène
${}^i v_i$	Vitesse de translation de la liaison i par rapport à la $i^{\text{ème}}$ coordonnée système
${}^i \dot{v}_i$	Accélération de translation de la liaison i par rapport à la $i^{\text{ème}}$ coordonnée système
${}^0 w_0$	Vitesse de rotation de la commande de l'engin
${}^0 \dot{w}_0$	Accélération de rotation de la commande de l'engin
${}^i w_i$	Vitesse de rotation de la liaison i par rapport à la $i^{\text{ème}}$ coordonnée système

${}^i \dot{\omega}_i$	Accélération de rotation de la liaison i par rapport à la $i^{\text{ème}}$ coordonnée système
θ_i	Angle de rotation de la liaison i du mécanisme
$\theta_i, \dot{\theta}_i, \ddot{\theta}_i$	Écart angulaire, vitesse et accélération angulaire de la liaison i
$\Gamma(\theta)$	Matrice de la fonction du moment de bras du mécanisme
Γ_{ij}	Élément i,j de la matrice de la fonction du moment

INTRODUCTION

Introduction Générale

Les engins de façonnage du sol sont devenus comme des équipements de productions primaires, incontournables dans des opérations d'excavation du sol. La réalisation des projets de travaux publics et de génie civil nécessite des engins capables de réaliser des travaux spécifiques avec des efforts moindres et des temps courts. Les progrès obtenus dans la technologie ont une tendance vers l'automatisation des machines de façonnage du sol, telles que des pelles hydraulique, des chargeuses et des niveleuses, reflète un plus grand mouvement dans l'industrie du bâtiment, cela pour améliorer la productivité, l'efficacité et la sûreté. C'est dans le souci d'économie du temps principalement de l'économie du coût de production que les chercheurs se sont penchés sur l'automatisation du façonnage de fondation de bâtiment ou de maison individuelle et d'écarter la solution manuelle trop fastidieuse et demandant beaucoup de temps.

Un engin de travaux publics est un mécanisme articulé capable de positionner et d'orienter un outil représenté par un godet de façonnage que se meut dans un environnement défini. L'espace dans lequel se déplace l'outil est appelé espace opérationnel ou du tâche. Les coordonnées d'un point dans cet espace sont appelées coordonnées opérationnelles ou coordonnées de la tâche. Connaissant cet espace accessible, un générateur peut engendrer des trajectoires en position et en orientation, l'outil porté par le bras manipulateur d'engin d'excavation.

Le sujet de cette thèse entre dans le cadre de la conception d'un mécanisme de façonnage automatique d'une fondation de forme parallélépipédique. L'application peut être étendue à la réalisation de fondation de bâtiment ou de maison individuelle. Partant de paramètre d'entrée de base que sont la longueur, largeur, et profondeur de la fosse, le robot exécute en sortie la fosse de forme parallélépipédique de la fosse. Pour réaliser ce but l'étude est basée sur un bras manipulateur d'une excavatrice.

Cette thèse est formée des six chapitres suivants :

Le chapitre 1 traite la bibliographie des travaux sur les engins d'excavation ainsi que l'étude sur les mouvements cinématique et dynamique de tels robots ou de l'engin d'excavation, et l'étude sur les méthodes utilisées pour l'automatisation des engins d'excavation.

Le chapitre 2 traite le choix de la machine utilisée pour le façonnage de la fosse, parmi les différents types des machines qui existent actuellement dans l'industrie, cycliques ou rotatives. Le choix de la machine dépend de plusieurs facteurs tel que la forme de la fosse, la catégorie du sol ainsi que le mouvement de la machine.

Le chapitre 3 traite l'analyse cinématique du bras manipulateur d'une machine excavatrice. Les principales opérations du mouvement du système sont alors déterminées. On est principalement basé sur les travaux de Denavit-Hartenberg pour les positionnements des articulations du mécanisme et les équations de base de Newton-Euler pour les vitesses de chaque liaison.

Le chapitre 4 traite l'analyse dynamique du bras manipulateur d'une machine excavatrice. Les principaux efforts exercés sur le mécanisme sont alors déterminés. On est principalement basé sur les équations de base de Newton-Euler pour les efforts et les moments de chaque liaison.

Le chapitre 5 présente la méthode de résolution des différents modèles. Il y est présenté les différents organigrammes des sous programmes du code de calcul développé pour calculer les positions de chaque articulation du bras manipulateur, ainsi que l'organigramme principal pour le calcul de la trajectoire de fondation parallélépipédique.

Le chapitre 6 traite la simulation du mouvement en trois dimensions du bras manipulateur. Un programme écrit en JAVA avec une interface graphique utilisée pour le calcul des différentes positions des articulations du mécanisme, il permet de donner aussi une simulation graphique du mécanisme. Un programme écrit en MATLAB prend en charge la simulation de la trajectoire de l'extrémité du godet et du bras. Pour la résolution du façonnage automatique de la fondation de géométrie parallélépipédique, le programme écrit en JAVA fait appel à un programme écrit en FORTRAN pour le calcul de la trajectoire de la fosse.

Chapitre 1

ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1 Introduction

Dans les industries telles que les travaux publics, ainsi que la construction des bâtiments dans lesquels le façonnage des fondations souterraines joue un rôle fondamental, constamment pour améliorer la productivité (quantité de travail effectué), l'efficacité (coût de travail effectué en termes de travail et machines), et la sécurité des accidents causés au cours de travail. L'automatisation des engins de façonnage (mécanismes) est un problème difficile, car ces mécanismes doivent fonctionner dans les différents environnements, en outre, l'automatisation doit offrir la possibilité de contribution à chaque opération. Cependant, après des études sur l'augmentation de la taille et de la puissance, des limites pratiques ont été atteintes et maintenant les chercheurs étudient d'autres améliorations.

L'objectif de notre étude est la mise en œuvre d'un mécanisme de façonnage automatique capable d'excaver une fondation parallélépipédique. L'étude est basée sur le mouvement d'un bras manipulateur (la cinématique et la dynamique) d'un engin choisi pour le façonnage de cette fondation.

La figure (1.1) représente les principaux engins de façonnage du sol existant dans l'industrie.



(a) foreuse hydraulique



(b) Trancheuse



(c) pelle

Fig. 1.1 exemple de trois machines de façonnage de sol

1.2 Position du problème

Bien que le façonnage du sol a une large utilisation dans le domaine du bâtiment, la plupart des opérations de la technologie utilisée ont été élaboré de manière traditionnelle. Une tendance récente vers une plus grande automatisation des machines de façonnage reflète un plus grand mouvement dans le domaine du bâtiment pour améliorer l'efficacité du travail effectué. En effet, le fonctionnement manuel d'une machine d'excavation peut être une proposition coûteuse. Même sans motivation économique, les machines d'excavation automatisées sont nécessaires dans les chantiers de construction des bâtiments.

Considérons le problème suivant : Une machine de façonnage, qui pourrait être trouvée sur un chantier de construction, doit être complètement automatisée. Imaginant qu'un opérateur peut indiquer la géométrie désirée du terrain et la machine automatisée (un robot excavateur) peut transformer le terrain sans toute autre aide. Le souci principal de notre travail est de résoudre ce problème.

1.2.1 Le façonnage comme problème de simulation

Traditionnellement, le travail d'une excavatrice est de transformer le terrain d'un premier état à un autre en utilisant un ensemble d'opérations successives. Généralement une description du bras de l'engin peut inclure des variables pour décrire la position, la vitesse, la force ou d'autres paramètres appropriés.

Soit à considérer un exemple d'une tâche entière qu'un robot excavateur doit travailler ou exécuter une fondation parallélépipédique. Le robot doit complètement enlever un volume du sol indiqué. Supposer que le volume qui doit être excavé est assez grand, le robot doit se déplacer autour pour pouvoir accomplir la tâche.

Pour être efficace le robot excavateur doit satisfaire les conditions suivantes :

- L'efficacité du travail effectué.
- Réaliser l'opération avec le minimum du temps possible.
- L'accomplissement de la tâche sans écueils.

1.3 La Simulation des mécanismes

Pour comprendre comment la simulation et l'analyse du mouvement fonctionnent ensemble dans le cadre de la simulation des mécanismes, il serait utile d'expliquer les principes de base de la simulation et les mécanismes. La simulation de mouvement d'un mécanisme est la description complètes des caractéristiques cinématiques (y compris la position, la vitesse et l'accélération) et dynamiques (y compris les réactions aux liaisons, les forces d'inertie et les efforts requises) de tous les articulations mécanisme.

Q.P. Ha et all [32] ont simulé le control d'une excavatrice robotique hydrauliquement actionnée. Dans l'excavation robotique, le control de la position est donné à partir de la situation du godet, dans l'espace libre ou en contact avec le sol. Le principe de l'étude est de proposé une technique de control qui puisse être utilisée dans les différentes condition. Les résultats obtenus démontrent l'efficacité de la technique proposée pour le control dynamique d'excavatrice et de ses vérins hydrauliques dans l'exécution des tâches d'excavation avec des considérations de contact de sol. Bullock, D. et all [4] ont simulé un outil d'excavation, l'étude est basé sur un mécanisme d'une pelle hydraulique à roue. Les résultats obtenus ont été comparés aux efforts spécifiques de pénétration de l'essai standard, et à la bonne corrélation trouvée.

1.4 Modèles de mécanisme

1.4.1 Modèles cinématiques du mécanisme

Dans le modèle cinématique on représente l'aspect géométrique du mécanisme. Plusieurs chercheurs ont établi les rapports cinématique qui relie des angles communs d'une pelle rétro à la pose (position et orientation du godet) Seward et all [38], Vaha et all [47], Koivo et all [18], Bernold et all [2]. Hemami et Daneshmand [12] ont développé un modèle semblable de cinématique pour un chargeur avant. Puisque la plupart des mécanismes d'excavation (de façonnage) ne sont pas directement conduits aux articulations, mais sont plutôt actionnés par des vérins hydrauliques fixés au bras manipulateur de la machine, les chercheurs ont développé les rapports entre les angles et les positions communs de bras manipulateur Koivo et all [20], Hemami et all [14], Takahashi et all [43].

D'autre part, donner une position désirée du godet, le rapport inverse fournit les angles de rotation nécessaire pour réaliser cet objectif. De plus, le rapport inverse fournit une méthode accessible pour déterminer une position hypothétique du godet. Une position particulière ne pourrait pas être accessible parce qu'elle exige des angles communs au delà des limites de la machine, ou, parce qu'elle est en dehors de la zone de travail du robot. L'analyse cinématique peut être portée plus loin afin de relier des vitesses et les forces au godet inclinent aux vitesses et aux forces éprouvées aux articulations. Hemami et all [13] ont suggéré un modèle équivalent pour un chargeur de roue.

1.4.2 Modèles dynamiques du mécanisme

Tandis que les modèles cinématiques utilisent une base purement géométrique, dans les modèles dynamiques on essaye d'étudier les paramètres d'effort telles que l'inertie, le frottement, et l'accélération. Le but de ces modèles est de relier les articulations au mouvement de bras de l'excavatrice. Le modèle employé pour des liaisons est donné par simulation, il prévoit le mouvement de la machine entière. Le modèle dynamique offre une plus grande utilité. Il fournit une trajectoire désirée de l'articulation au mouvement du bras manipulateur d'engin.

Vaha et Skibiniewski [49, 50] ont proposé un modèle basé sur la méthode de Newton-Euler pour un bras manipulateur d'un robot. Lawrence et all [22] ont également employés une formulation semblable pour modéliser une pelle rétro d'excavatrice. Sarata et all [36] ont proposé une formulation lagrangienne de dynamique de chargeur de roue et ont modélisé la machine comme un bras manipulateur de trois liaisons. Ces modèles sont censés pour capturer les effets de second ordre (centripète et des Coriolis) des forces à inertie dues à la charge de la masse et de point limite du mécanisme de charge. Ils sont principalement appropriés pour la commande de trajectoire quand le godet se déplace dans un espace libre, par opposition au terrain. Jusqu'ici, il n'y a aucun travail rapporté sur les méthodes dynamiques inverses qui modèlent explicitement les forces résistives produites tout en excavant afin de produire une commande stable de trajectoire. Par conséquent, les forces résistives pendant creuser doivent être considérées comme perturbation.

Tafazoli et al [42] ont proposé une méthode pour estimer les paramètres à inertie et de frottement d'une charge d'excavatrice, basée sur des mesures de force aux goupilles de charge des vérins hydrauliques et ont donné les poids connus appliqués au godet. Les auteurs rapportent que ce modèle peut prévoir la charge utile de godet. Corke et al [7] rapportent un modèle dynamique pour la commande d'oscillation de dragline et présentent un contrôleur de palladium pour stabiliser les oscillations de godet de dragline qui peuvent avoir des charges utiles jusqu'à 100 tonnes. Scheduling et al [37] ont proposé un modèle dynamique d'un Charge Transporter Dumper "Load-Haul-Dumper" (LHD) qui inclut la glissade vers l'avant et latérale. Ils montrent comment ce modèle décompte peut améliorer l'évaluation de position.

1.5 Interaction sol-outil

Par sa nature, l'excavation implique l'interaction puissante du terrain. La nature de cette interaction est plus influencée par des propriétés de sol et le comportement de sol est des phénomènes très complexes. Quelques sols se comportent comme des liquides et d'autres comme des solides. Les sols peuvent se classer comme anisotrope ou allié, c'est-à-dire, les caractéristiques de sol peuvent changer sensiblement avec la direction dans laquelle des forces sont appliquées. En outre, quiconque a excavé un trou dans un jardin et essayé de mettre le sol de nouveau dans le trou sait plus tard que l'état de sol peut changer énormément. Intuitivement, il est évident que creuser en sable mouillé ou sec est très différent que creuser dans un milieu compact et argileux. En effet, cette différence peut être si grande que les stratégies pour excaver dans divers environnements. Dans le meilleur des cas, nous voudrions modéliser l'effet d'un outil se déplaçant dans le sol. Ainsi que nous voudrions modéliser l'effet du terrain sur l'outil. C'est-à-dire, nous voudrions caractériser l'interaction entre un outil (godet ou lame) et le sol. La bibliographie dans ce secteur se concentre sur deux questions principales.

La première question est : que se produit-il quand un godet excave le long d'une trajectoire dans le sol ? Spécifiquement : quelles forces sont exercées ; le mouvement fait pour l'excavation d'un volume de sol ; et, quelle quantité de sol que le godet doit excaver ? Malheureusement, le modèle mathématique de forme close n'existe pas pour répondre à telles questions puisque le sol est assez complexe que les équations exigées pour décrire l'évolution

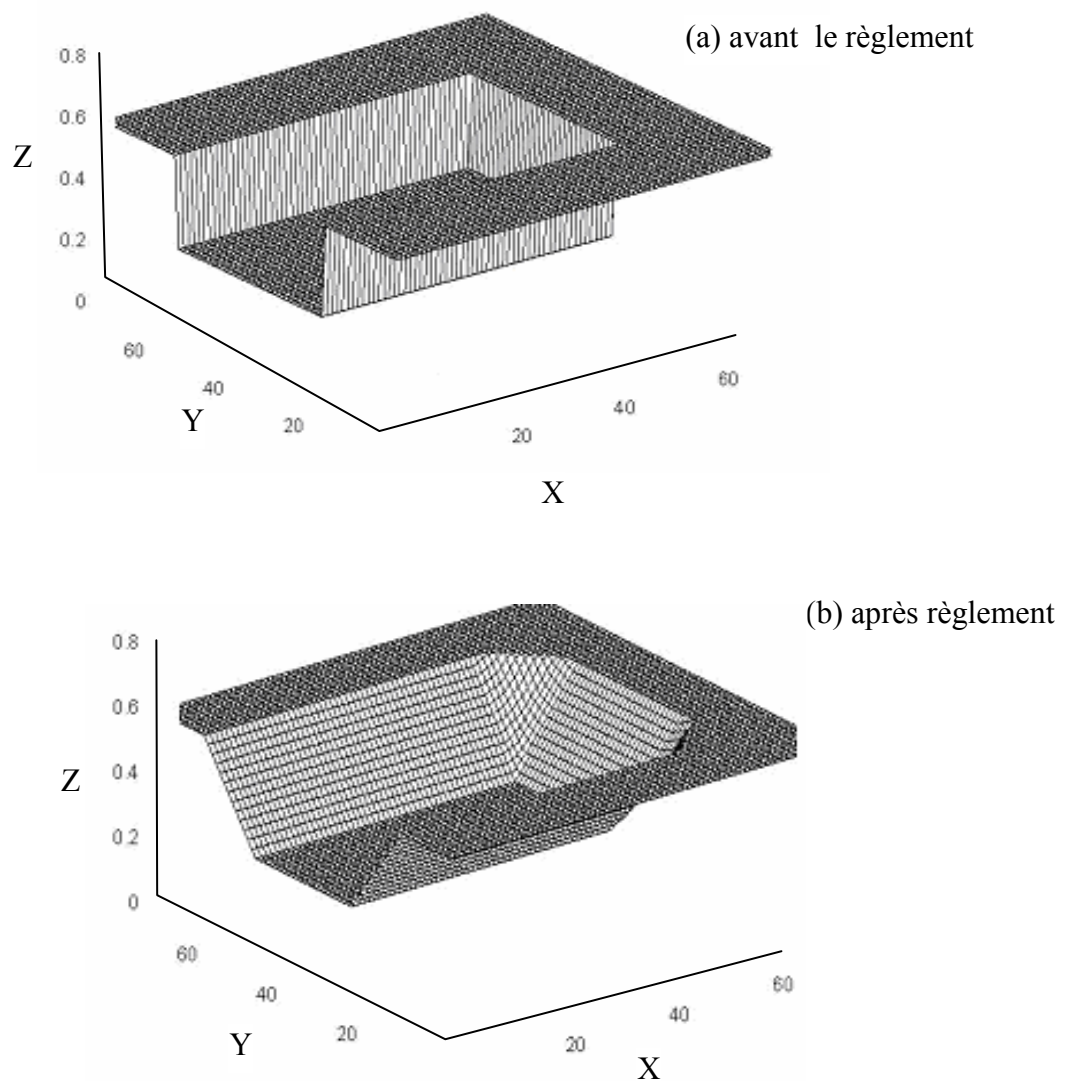
de la masse de sol avec le temps, l'intégration numérique peut être employée pour déterminer cette évolution.

La deuxième question est : quel est l'effet du sol sur l'outil ? C'est-à-dire, quelles forces résistives provoquer sur godet pendant qu'il excave. Un modèle de force résistif peut être employé pour limiter le mouvement d'un engin de façonnage. Il peut également être employé pour modeler le comportement du bras manipulateur de l'engin avec les forces résistives pour simuler la trajectoire de godet.

Les deux questions poussées peuvent trouver des réponses en employant la méthode d'élément fini. MEF fournit des modèles composés d'un ensemble des équations partielles. Cundall et al [9, 10] ont employé MEF pour modeler l'effet du sol sur le godet. Yong et Hanna [54] ont spécifiquement étudié le mouvement d'une lame plate sur des distances courtes (moins d'un pied) dans le sol d'argile. Ils ont développé un modèle basé sur MEF qui fournit des informations détaillées sur l'effort et la déformation du sol comme les forces exercées sur l'outil. L'avantage de ces méthodes est qu'elles permettent d'estimer les deux forces exercées par le godet aussi bien que la déformation du terrain. Malheureusement ces méthodes imposent l'utilisation de l'informatique et leur utilisation peut être coûteuse.

Un modèle approximatif qui utilise méthode d'élément finie pour la simulation de mouvement de sol dans une opération d'excavation devient plus intéressant. Ces modèles représentent le domaine comme une grille tridimensionnelle des éléments discrets. Des algorithmes itératifs sont appliqués aux grilles jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint. Homma et al [16] proposent un modèle mathématique pour simuler l'état du terrain par une grille tridimensionnelle, et chaque cellule est marquée comme occupée / vidée. Cette méthode est lente simplement parce qu'elle est tridimensionnelle et exige le traitement d'un grand nombre de cellules.

Puhl et al [34] ont décrit une méthode semblable qui simule l'altitude de la surface du sol dans une opération d'excavation d'une fosse. Cette méthode permet un traitement bidimensionnel de la surface de sol et est par conséquent, beaucoup plus rapidement quadratique au lieu de cubique. La Figure (Fig.1.2) montre comment une version modifiée de cette méthode décrite par Singh et al [40] pourrait être employée pour prévoir le règlement du sol après avoir enlevé un volume indiqué.



L'angle de pente des murs est de 30 degrés. La surface se compose de 10.000 facettes. Cet exemple a besoin d'approximativement 15 secondes de calcul sur un poste de travail de Sparc

Fig1.2 Schémas d'un fossé en utilisant une version modifiée de la méthode de Puhl.

Li et Moshell [24] ont développé un modèle de simulation du mouvement de sol qui emploie la théorie de pente. L'étude est basée sur le calcul des forces agissant sur de petites sections de sol. Ils ont analysé l'interaction simple de sol-outil. Cependant, le modèle ignore quelques phénomènes importants, puisque les critères principaux pour leurs études sont les résultats expérimentaux plutôt que l'exactitude numérique.

Une plus grande bibliographie existe sur l'évaluation des forces résistives qui agissent sur un outil pendant qu'il se déplace sur le sol. Un groupe de chercheurs a essayé d'estimer la résistance de découpage basée sur des résultats empiriques pour différents types de machines de façonnage de sol Alekseeva et all [1], Zelenin et all [55], Nedoredzov et all [31].

Une autre étude, en revanche, essaye d'estimer des forces d'excavation basées sur la mécanique du sol. Terzaghi et all [45] font une estimation des forces exercées par des outils d'excavation. Les modèles d'estimation ont été prolongés par plusieurs chercheurs qui ont identifié la similitude d'une lame se déplaçant dans le sol Reece et all [35], Siemens et all [39], Luth et all [25], Hettiaratchi et all [15], Gill et all [11]. Ces chercheurs ont ajouté des dispositions pour expliquer la variété de la géométrie de la fosse et d'orientations d'outil. Les modèles résultants emploient des paramètres (frottement de sol-sol, frottement de sol-outil, densité de sol, profondeur d'outil, et d'orientation d'outil) pour obtenir les forces résistives développées dans l'utilisation des outils d'excavation.

Des études récentes ont modélisé les mécanismes d'un godet se déplaçant dans le sol. Hemami et all [14] ont proposé une analyse généralisée d'une opération d'excavation. L'étude est basée sur les forces et comment elles changent pendant l'excavation. Bisse et all [3] ont suggéré une analyse pour évaluer la somme des forces en faisant à un chargeur de roue, le godet suit une trajectoire arbitraire dans un terrain. Malaguti et all [26] ont proposé une analyse d'interaction de sol-outil basée sur des modèles physiques. La force résistive se compose de force de découpage de sol, de force de pénétration de sol, et de force remplissage. Ces forces sont décrites dans une équation générale qui explique le frottement et la cohésion du sol.

McKyes et all [27,28] font une estimation des forces exercées sur un bras manipulateur d'une excavatrice avec précision déterminée par des valeurs expérimentaux. Plusieurs instruments sont disponibles pour ce processus dans des laboratoires différents, des meilleurs résultats sont obtenus par Wroth et all [53]. Wadhwa et all [51] ont identifié une meilleure prévision de la force résistive pourrait être obtenue pour un outil de labourage quand les paramètres de sol sont estimés en utilisant une version mesurée de l'outil elle-même. Homma et all [17] ont suggéré que l'utilisation d'un robot active pour déterminer la nature du sol. Pour

des raisons pareilles, Singh et all [41] ont proposé une méthode qui apprend à prévoir les forces résistives basées sur des mesures de force pendant creuser avec un godet de pelle rétro d'excavatrice.

1.6 L'automatisation de façonnage

L'automation de façonnage est classée en deux larges classes. Une classe pour simuler l'état de la machine lui-même, par rapport à un système de référence. L'autre classe concerne la simulation de l'opération de façonnage.

1.6.1 L'automation de mécanisme de façonnage

L'état du mécanisme est réalisé en mesurant les déplacements des diverses articulations du bras manipulateur de la machine. La méthode la plus utilisée est de déterminer l'orientation de la machine par rapport aux angles de rotation des liaisons du mécanisme, Peussa et all, Corke et all [33, 6] ont utilisé des capteurs à l'intérieur des vérins hydrauliques pour contrôler les positions des articulations d'une pelle hydraulique. L'avantage de cette méthode est qu'elle est efficace, mais dans certaine condition la position peut être discordante. Mulligan et all [29] rapportant une autre solution pour calculer les déplacements des articulations d'un bras d'une excavatrice en utilisant les modèles géométriques d'un bras d'excavatrice couplé rapidement au traitement.

Autres moyens actifs s'étendre on utilise les outils de façonnage ultrasoniques. Bien que ces outils aient une plus grande utilisation sur les robots d'intérieur, des outils ultrasoniques ont été utilisées dehors par Lehner et all [23]. Teach et all [44] ont également proposé pour mesurer l'altitude de terrain pendant qu'elle est excavée, cette supposition consiste à placer derrière la lame de l'excavatrice, les outils fournissent un signal continu.

1.6.2 L'automation de l'opération de façonnage

Les méthodes utilisées pour l'automation de l'opération de façonnage sont basées sur le contrôle du mécanisme pour accomplir de diverses tâches d'excavation. Le conducteur est enlevé de la machine, mais il est toujours requis pour commander la machine soit par Téléopération ou par commande de trajectoire.

La fabrication des engins d'excavation télé-opératelle devient possible, telles que la machine représentée sur la Fig.1.3



Fig.1.3 Excavatrice télé-opérationnelle construite par Caterpillar Corporation (EL200B)

Wohlford et all [52] décrivent une pelle rétro excavatrice qui a été télé-opérationnelle commander. Ils décrivent l'évolution et les spécifications d'une excavatrice à distance commandée, tandis que son opérateur est situé à une distance de l'engin. De même, Burks et all [5] décrivent une excavatrice modifiée qui a été développée pour excaver automatiquement Thompson et all [46] ont équipé d'une pelle rétro et un chargeur avant par un système télé-opérationnelle.

Kojima et all [21] ont décrit une pelle rétro télé-opérationnelle employée pour excaver sur des bases profondes. Nakano et all [30] ont déterminé un modèle pour contrôler un godet d'une pelle rétro, le modèle consiste à commander le godet dans des coordonnées cartésiennes. Dans ce cas, les commandes peuvent indiquer directement le mouvement du godet plutôt que des articulations.

Chapitre 2

CHOIX DE LA MACHINE EXCAVATRICE

2.1 Introduction

Dans ce chapitre on représente les différentes machines d'excavation qui existe actuellement dans l'industrie. Ainsi que on choisit la machine d'excavations type, qui a la possibilité d'excaver une fondation de forme parallélépipédique, et nous étudions les différentes caractéristiques de cette machine.

Avant d'étudier les engins d'excavation, il sera utile de définir l'excavation. L'excavation en général est le processus d'enlever le sol, c'est-à-dire la transformation du terrain d'un état à un état but , ce travail peut être appliquer aux fondations du bâtiment ou n'importe quel domaine d'excavation, dans lequel la transformation du terrain d'un état à un autre état.

En outre, les équipements utilisés pour réaliser ce but sont différents, le principe de choix est basé sur la géométrie du fondation et les propriétés physiques de sol, et la manière d'excaver est subdiviser en trois catégorie (se traçant, creusant et chargeant), et sont exécutées (séquentiellement ou ensemble combiné). Il y a en général deux types de machines d'excavation, *rotatives et cycliques*.

2.2. Méthodes d'excavation

Les méthodes d'excavation sont divers, c'est-à-dire selon l'opération à effectuer, et à la portée des facteurs comme : la quantité du sol à déplacer, l'endroit de l'emplacement d'excavation, la largeur et la profondeur du fosse, le type de sol et le but de l'excavation. Donc on peut trouver les types de l'excavation de base suivants :

1. excavation de volume-puits
2. excavation en bloc de large surface
3. excavation en bloc lâche (argile)
4. excavation verticale de surface limitée
5. excavation de fossé
6. excavation de tunnel

L'excavation de Volume-puits est excavation de grande profondeur aussi bien que le volume considérable. L'équipement doit fonctionner presque contre la surface des murs verticaux de l'intérieur du puits, et le sol doit être transporté loin.

L'excavation en bloc de large surface est comme l'excavation de volume-puits, mais plus peu profonds et plus grand dans le surface, et le site est accessible de beaucoup de directions. Le sol excavé est transporté à une distance plus courte.

L'excavation en bloc argile est comme l'excavation des canaux où le sol n'est pas transporté loin mais est moulé dans une nouvelle position. D'ailleurs, l'opération est habituellement effectuée de la terre environnante plutôt que de l'intérieur du puits.

L'excavation verticale de surface limitée est où le sol doit forcément être soulevé verticalement. La méthode est employée pour le sol lâche et humide.

L'excavation de fossé est l'excavation verticale de surface limitée ; généralement, la largeur et la profondeur de l'opération sont limitées.

L'excavation de tunnel est l'excavation complètement souterraine ; la largeur et la profondeur (ou la taille) sont limitée.

Dans l'excavation à ciel ouvert les divers types de méthodes d'excavation, comme mentionnés dans les numéros 1 à 5 ci-dessus, sont employés. Pour des opérations souterraines, en raison de l'espace et d'autres limitations, le type de l'équipement qui peut être utilisé sont tout à fait différent des points de taille, de capacité et de vue manoeuvrabilité.

Cependant, selon note cas, excavation des fondations de bâtiment, nous somme face à une excavation à ciel ouvert, et à une profondeur et une largeur limitée. La méthode la plus favorable pour notre cas est l'excavation de fossé, mais avec une certaine différence.

2.3 Machines d'excavation

Des divers équipements d'excavation existent actuellement dans l'industrie sont présentés, sans entrer dans leur description détaillée. Ces équipements peuvent être, d'abord classés en deux catégories l'excavation à ciel ouvert et d'excavation au fond. Les engin d'excavation à ciel ouvert sont à leur tour divisés en deux catégories, machines rotatives et machines cycliques.

2.3.1 Machines rotatives

Les engins d'excavation rotatives sont classés selon, la direction de rotation de outil de façonnage, ainsi que le nature de sol, et la profondeur et la largeur de la fondation. Dans l'industrie on peut trouver deux types de ce genre des machines, les foreuses et les trancheuses.

2.3.1.1 les trancheuses

Une trancheuse est une machine d'excavation équipée d'une chaîne porteuse des dents, qui a un mouvement rotatif. Ce genre de machine est utilisé dans l'excavation des tranchés de largeur petit et de très grande longueur.

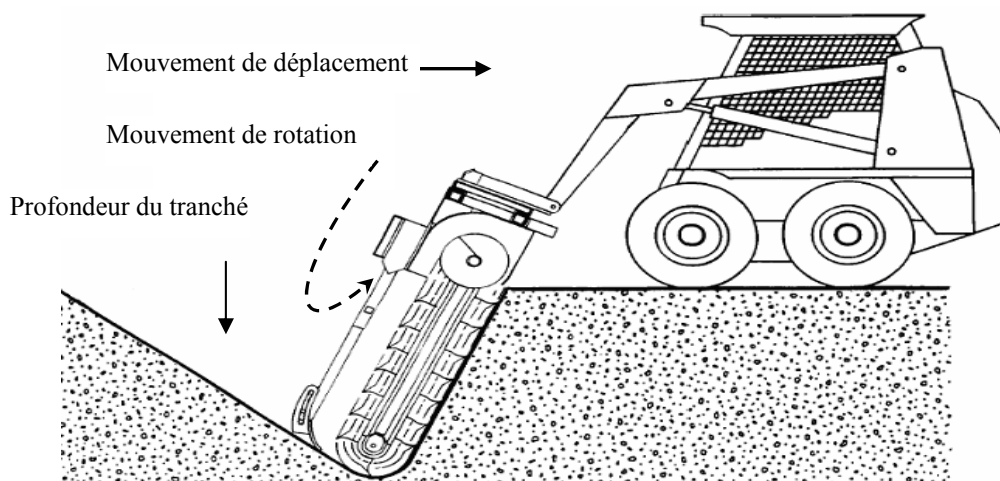


Fig.2.1 Trancheuse en état de travail

Cependant la vitesse du déplacement de la trancheuse est très grande par rapport aux autres machines d'excavation, avec une trancheuse on peut arriver à une vitesse de 10 km/h. La pièce la plus dangereuse de la machine est l'attachement de tranchoir.

2.3.1.2 Les foreuses

Une foreuse est un engin d'excavation, utilisé essentiellement pour l'excavation des puits. Selon le profondeur de puit les foreuses sont classifiées en deux types, foreuse à outil spirale de profondeur limitée, foreuse de sondage à outil tricône de grande profondeur.

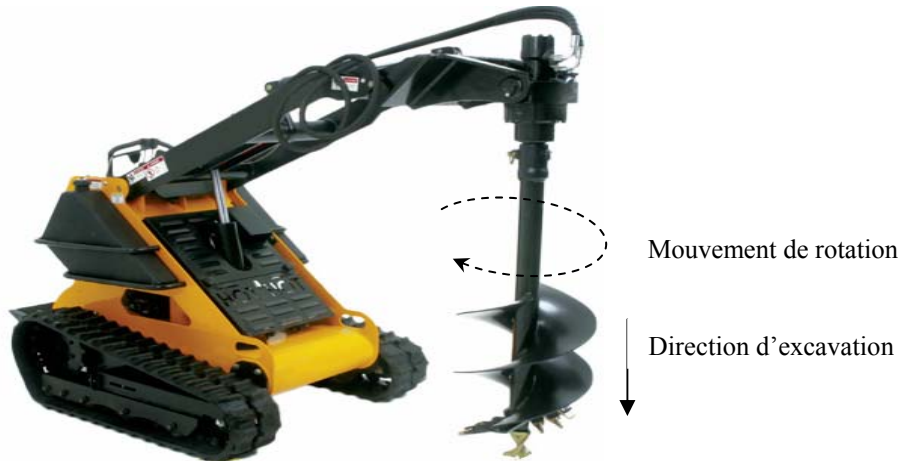


Fig.2.2 Exemple d'une foreuse

Selon le volume du sol excavé et la profondeur de la puit, les foreuses peuvent être classifiées comme foreuses de court profondeur ou foreuses continu

Les foreuses courtes sont composées d'un engin équipé d'un outil spirale composé de quelques tours d'excavation et au-dessus ce trouve des dents de découpage.

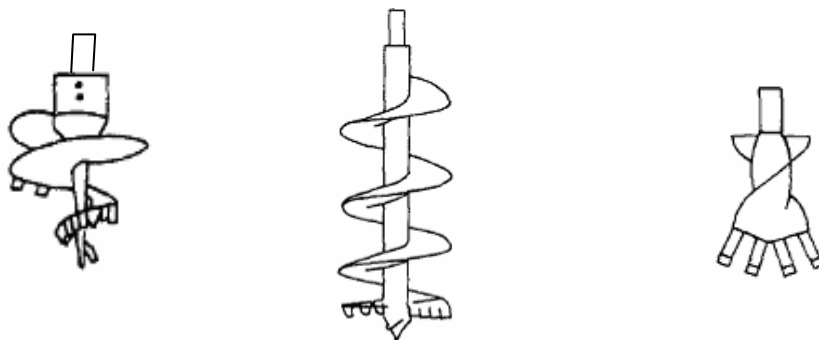


Fig.2.3 Outils de forage courte

Une foreuse continue est équipée d'un outil composé de trois ou quatre tours et des dents de découpage. La foreuse est équipée par des tiges qui permettent d'atteindre à une grande profondeur

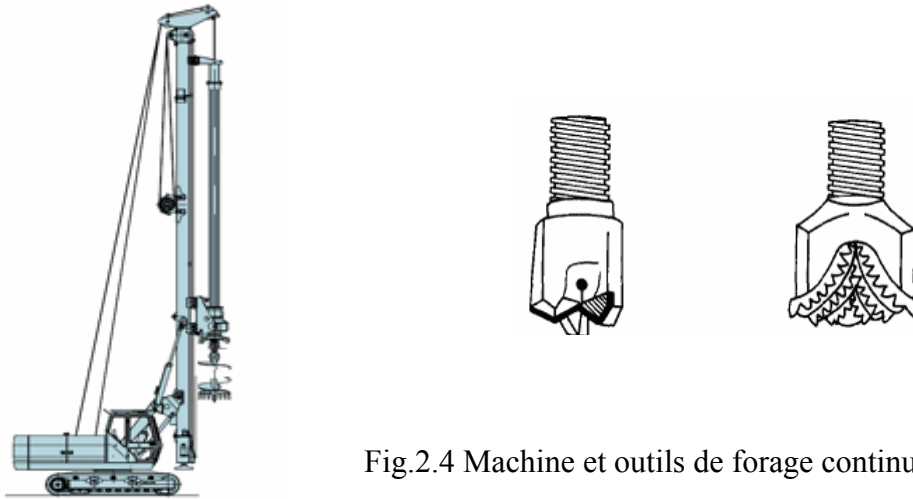


Fig.2.4 Machine et outils de forage continu

2.3.2 Machines cycliques

Les machines d'excavation cycliques peuvent être classifiés en cinq types différents ; ceux sont : - Pelle à câble, - dragline, - niveleuse, chargeur, - pelle hydraulique

La Fig.2.5 montre les différentes machines cycliques à ciel ouvert.

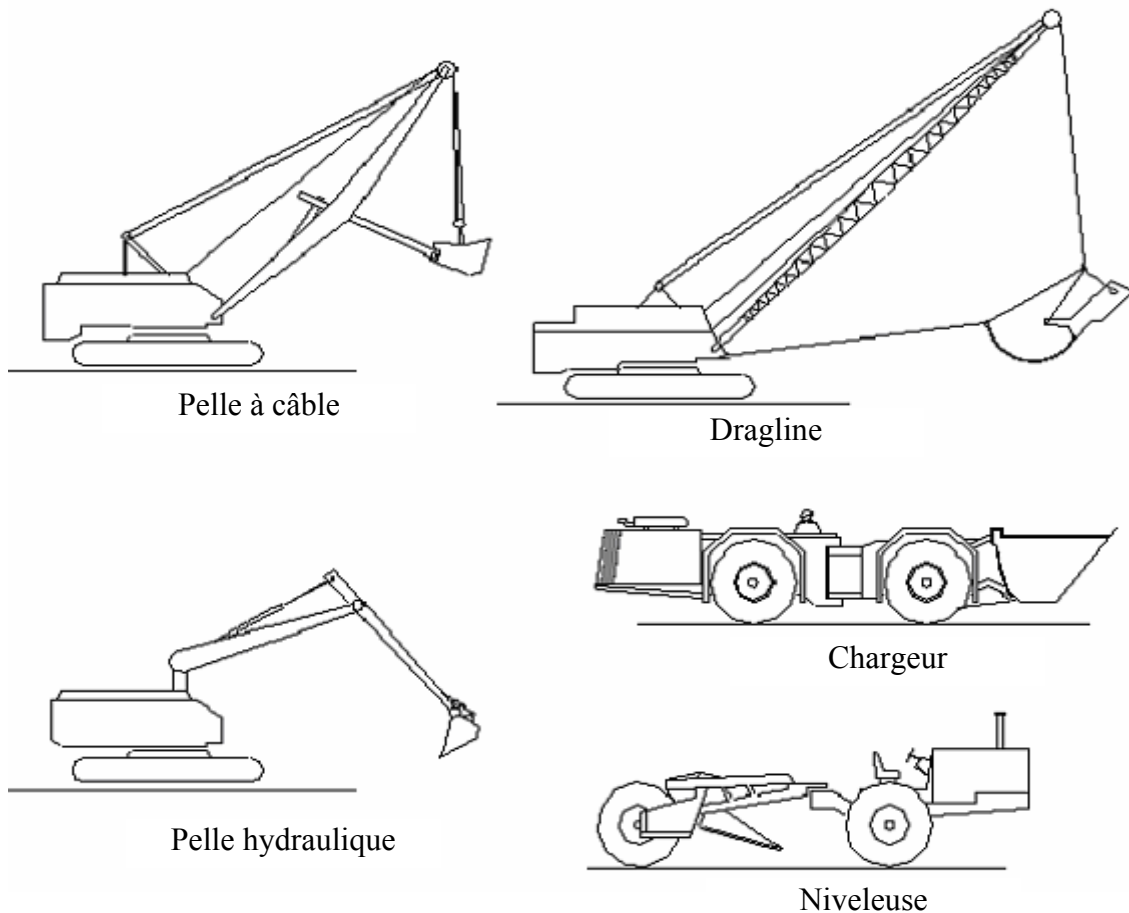


Fig.2.5 Engins d'excavation cyclique

La pelle à câble est la plus efficace des diverses machines pour excaver et charger de grandes quantités de sol. **La dragline** est l'équipement d'excavation le plus idéalement convenue pour l'excavation en bloc de sol argile. **La niveleuse** est conçu pour charger ou excaver une couche mince de sol. Il a l'avantage de pouvoir transporter et décharger le sol à la destination désirée. **Le chargeur** est le plus approprié à l'excavation verticale limité, comme des excavations de base ; pour cette raison, le plus généralement il est employé comme unité secondaire pour différents travaux qui nécessitent le déplacement du sol. **La pelle hydraulique** est habituellement l'engin le plus utilisé dans l'excavation à ciel ouvert. Le contraire à la dragline où le but général est l'excavation de volume de sol, la pelle rétro excavatrice est commode pour les différents travaux publics, et plus précisément pour l'excavation des fossés.

2.4 Choix de la machine excavatrice

Le façonnage des fondations est l'un des opérations essentiel dans la construction des bâtiments ainsi que des maison individuelles. Pour réaliser ce but, l'objectif de notre étude est la simulation d'une machine capable d'excaver une fondation de forme parallélépipédique. Comme il a été expliquer précédemment dans l'industrie il existe plusieurs machines d'excavation, mais chaque machine à un domaine d'utilisation spécifique. La qualité de sol joue aussi un rôle fondamental dans l'opération d'excavation, ainsi que la méthode d'excavation. Ces trois facteurs en une influence sur le choix de la machine.

Les machine d'excavation rotatives sont classifie en deux catégories. Les trancheuses sont utilisées essentiellement dans l'installation des câbles téléphonique, ainsi que tous les opérations qui nécessitent des tranchés de petite largeur et de grande longueur, les trancheuses sont caractérisées par la rapidité d'excavation. Les foreuses sont utilisées essentiellement dans l'excavation des puits, ainsi que toutes les opérations qui nécessitent un trou verticalement creuser

Les machine d'excavation cycliques sont classifie en cinq catégories. Les chargeurs sont utilisés dans les opérations qui nécessitent le dégagement ou le déplacement de sol, ainsi que tous opération les travaux publics de chargement. Les niveleuses sont utilisées essentiellement dans les travaux routiers. Les draglines sont utilisées dans les minerais, ainsi que tous opérations d'excavation des travaux publics. Les pelles à câble sont comme les draglines mais avec une grande quantité de sol à excaver. Les pelle rétro excavatrice sont les engin les

plus actuellement utiliser dans l'excavation des fossés ou des tranchées, ainsi que tous les opérations d'excavation des travaux publics

Après que nous avons expliquées le principe de fonctionnement de chaque machine, on peut donc choisie la machine la plus favorable pour notre cas, excavation des fondations, et qui garantir la géométrie parallélépipédique de la fosse, et qui peut se déplacer on trois dimension. La machine choisi est la pelle rétro excavatrice.

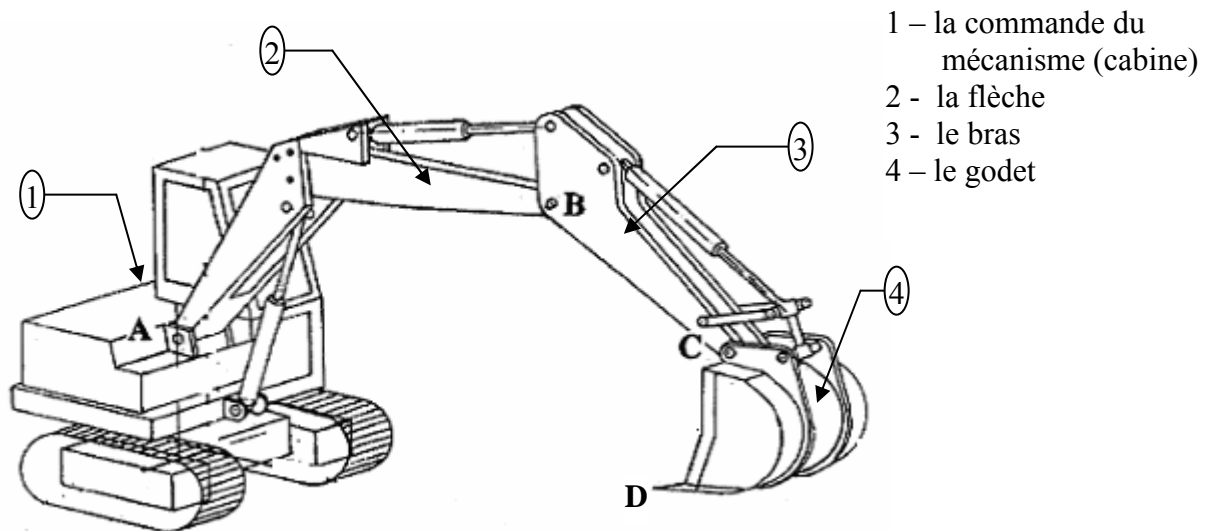


Fig.2.6 : La machine d'excavation choisie

2.5 Description de la machine

La machine utilisé pour excaver des fondations de bâtiment doit fonctionner en trois dimensions, selon l'axe X la longueur, selon l'axe Y la largeur, selon l'axe Z la profondeur, pour assurer la géométrie parallélépipédique de fondation. Les pelles hydrauliques (pelleteuse) sont subdivisées en deux types, pelle à abattage hydraulique pour excaver en avant selon une (longueur, largeur, et hauteur), pelle rétro pour excaver en arrière selon une (longueur, largeur, et profondeur). L'engin d'excavation utiliser pour une opération de façonnage des fosses de bâtiment est la pelle rétro excavatrice.

Lors de la construction des pelleteuses l'organe type de calcul est le godet, voir **annexe 3**, cependant l'utilisation de ce type d'organe apparaît d'une plus grande résistance sur les éléments de la construction.

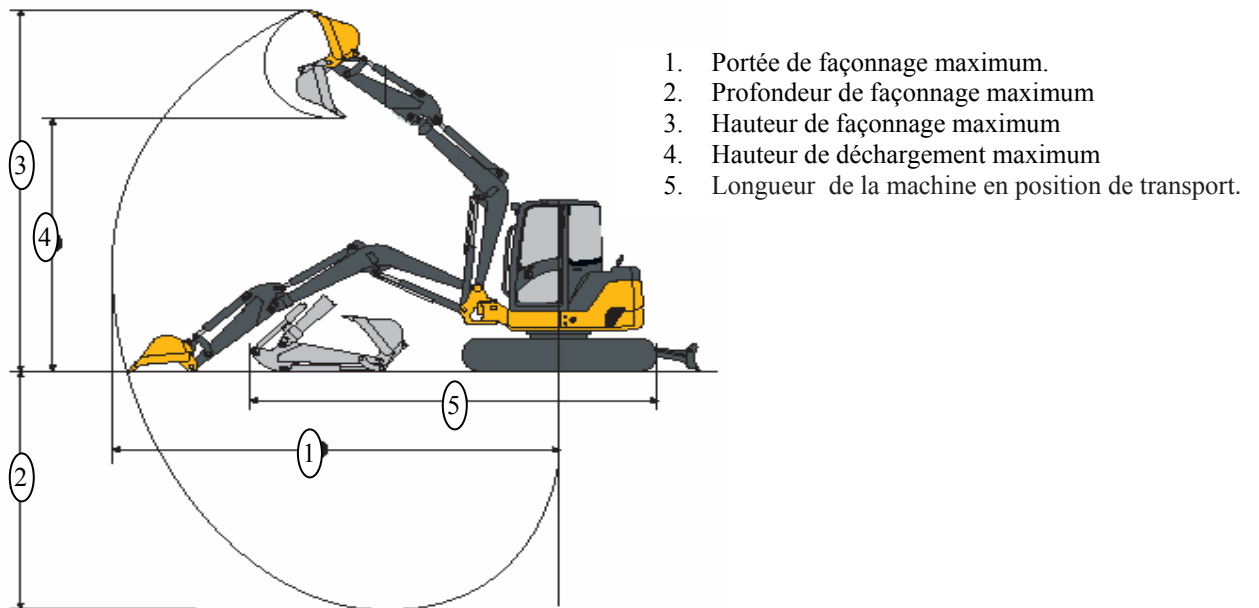


Fig.2.7 paramètres de mobilité de l'excavatrice

Comme il a été expliqué précédemment le godet joue un rôle fondamental dans la construction des pelles hydrauliques, mais il existe des facteurs pour le choix du godet favorable pour chaque opération de façonnage.

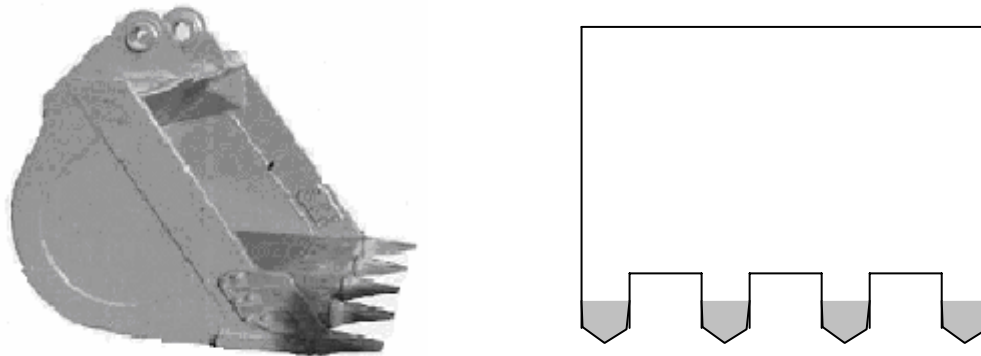


Fig.2.8 Outil de façonnage optimale « godet rétro »

Les facteurs qui influent sur le choix du godet sont : le type de sol (terre, argile, roche), et ses propriétés (dure ou non), et de la forme du godet (longueur, largeur), le nombre de dent dans le godet est l'un des facteur aussi pour le choix du godet favorable.

Chapitre 3

ÉTUDE CINÉMATIQUE DU BRAS MANIPULATEUR

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, on présente le modèle cinématique d'un bras manipulateur d'un mécanisme de façonnage automatique d'une fosse de forme parallélépipédique.

La description analytique du mouvement spatial du bras manipulateur d'une machine excavatrice est l'objectif principal de la cinématique, en particulier la relation entre les positions des articulations du bras manipulateur et le profil de la fosse. Il y a deux problèmes fondamentaux à résoudre par la cinématique : la cinématique directe et la cinématique inversée. Pour décrire le modèle cinématique directe on a utilisée la méthodologie de Denavit-Hartenberg.

Le but principal de cette étude est de trouver la trajectoire utile du point D qui est la trajectoire de façonnage de la fondation parallélépipédique, la figure (3.1) représente l'engin d'excavation utiliser pour le façonnage d'une fosse parallélépipédique

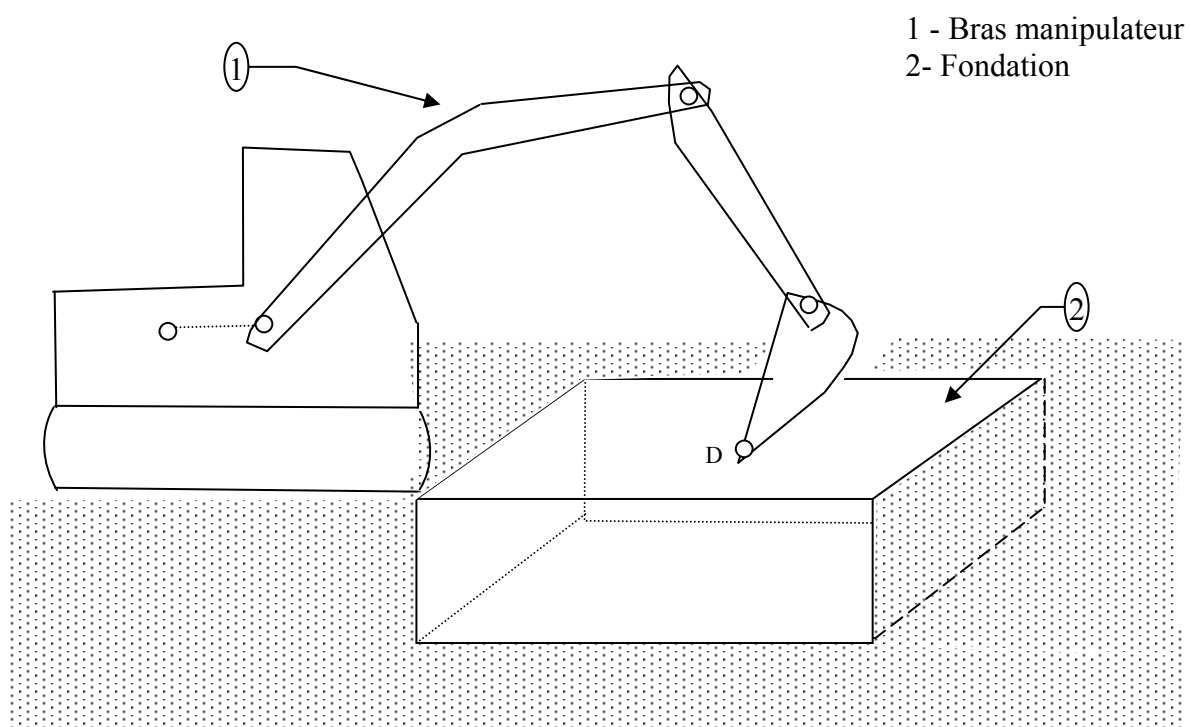


Fig 3.1 : Engin d'excavation de la fondation

Avant de représenter le modèle cinématique du bras manipulateur, il est utile d'expliquer le principe de position et orientation d'un objet dans un espace bidimensionnel et tridimensionnel

3.2 Représentation spatiale

La représentation spatiale d'un objet solide est indiquée par sa position et son orientation

3.2.1 Position

La représentation de la position d'un objet dépend de la dimension de l'espace d'étude. Les systèmes communs pour représenter la position d'un objet dans un espace bidimensionnel sont les coordonnées cartésiennes et polaires ; et pour un espace tridimensionnel sont les coordonnées cartésiennes, cylindrique voir **annexe 1**, et sphériques.

En espace tridimensionnel la position d'un objet P est exprimée en coordonnées cylindriques, comme $p(r, \theta, z)$, où r est la distance de l'origine au point P et θ est l'angle que le vecteur forme avec l'axe X, et z est la projection du vecteur P sur l'axe Z, comme représenté sur la Fig.3.2

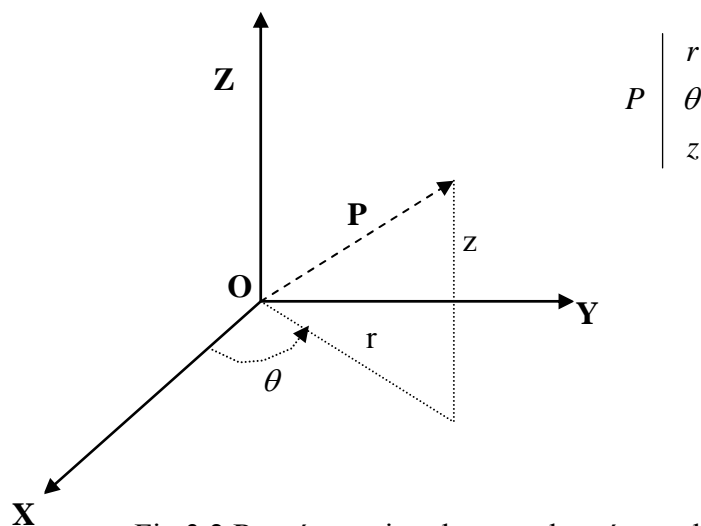


Fig 3.2 Représentation des coordonnées cylindriques

3.2.2 Orientation

L'orientation est la rotation d'un objet par rapport à un système de référence dans un espace bidimensionnel ou tridimensionnel.

Matrice de rotation :

La matrice de rotation est la méthode la plus utilisée pour décrire l'orientation. Soit à considérer deux systèmes de référence, un système fixe de référence OX_0Y_0 et le système de l'objet OX_1Y_1 avec la même origine. Les vecteurs i_0 et j_0 sont des vecteurs unitaires du système fixe de référence, tandis que i_1 et j_1 sont les vecteurs unitaires respectifs du système de la référence de l'objet, comme représenté sur la figure (3.3).

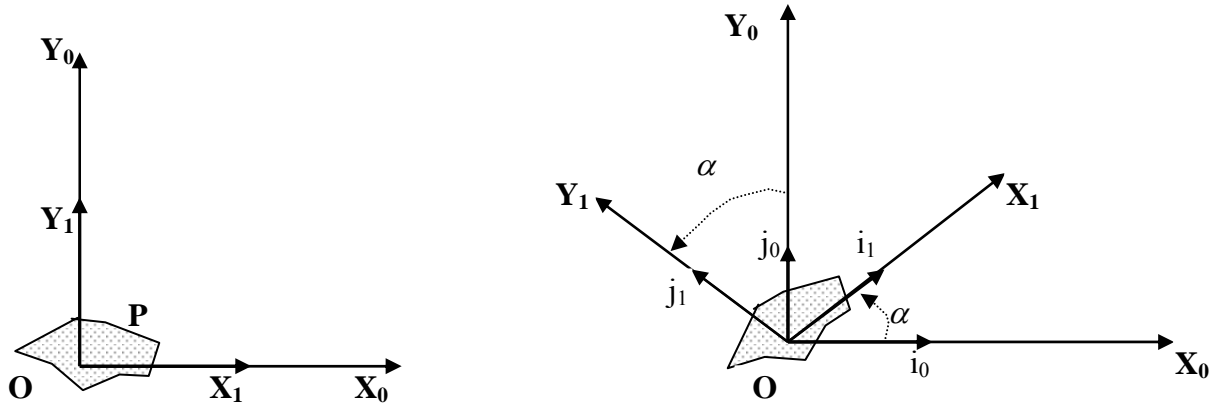


Fig 3.3 Rotation d'un objet en espace bidimensionnel

Le système de référence OX_1Y_1 est obtenu par une rotation d'angle α par rapport au système de référence OX_0Y_0 .

Donc le vecteur position P peut être représenté comme :

$$P_{x_0y_0} = [P_{x_0}, P_{y_0}]^t = p_{x_0} \times i_0 + p_{y_0} \times j_0 \tag{3.1}$$

$$P_{x_1y_1} = [P_{x_1}, P_{y_1}]^t = p_{x_1} \times i_1 + p_{y_1} \times j_1$$

En appliquant la transformation linéaire, l'équivalence suivante peut être trouvée :

$$\begin{bmatrix} P_{x_0} \\ P_{y_0} \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} P_{x_1} \\ P_{y_1} \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

Où R la matrice de rotation définissant l'orientation du système OX_1Y_1 par rapport au système de référence fixe OX_0Y_0 .

A partir de la figure Fig 3.3 en peut déduire l'équation suivante

$$P_{x_0} \cdot \vec{i}_0 + P_{y_0} \cdot \vec{j}_0 = p_{x_1} \cdot \vec{i}_1 + p_{y_1} \cdot \vec{j}_1 \tag{3.3}$$

De l'équation (3.3) on peut déduire

$$P_{x_0} \cdot \vec{i}_0 \cdot \vec{i}_0 = p_{x_1} \cdot \vec{i}_1 \cdot \vec{i}_0 + p_{y_1} \cdot \vec{j}_1 \cdot \vec{i}_0 \tag{3.4}$$

$$P_{y_0} \cdot \vec{j}_0 \cdot \vec{j}_0 = p_{x_1} \cdot \vec{i}_1 \cdot \vec{j}_0 + p_{y_1} \cdot \vec{j}_1 \cdot \vec{j}_0$$

Avec $\vec{i}_0 \cdot \vec{j}_0 = 0$ donc $P_{x_0} \cdot \vec{i}_0 \cdot \vec{j}_0 = 0$ et $P_{y_0} \cdot \vec{i}_0 \cdot \vec{j}_0 = 0$

D'où

$$P_{x_0} = p_{x_1} \cdot \vec{i}_1 \cdot \vec{i}_0 + p_{y_1} \vec{j}_1 \cdot \vec{i}_0 \quad (3.5)$$

$$P_{y_0} = p_{x_1} \cdot \vec{i}_1 \cdot \vec{j}_0 + p_{y_1} \vec{j}_1 \cdot \vec{j}_0$$

Avec $\vec{i}_0 \cdot \vec{i}_0 = 1$ et $\vec{j}_0 \cdot \vec{j}_0 = 1$

A partir de l'équation (3.2) et (3.5) on a

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{i}_0 \cdot \vec{i}_1 & \vec{i}_0 \cdot \vec{j}_1 \\ \vec{j}_0 \cdot \vec{i}_1 & \vec{j}_0 \cdot \vec{j}_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{x_1} \\ P_{y_1} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Sachant que

$$\vec{i}_0 \cdot \vec{i}_1 = |\vec{i}_0| \cdot |\vec{i}_1| \cdot \cos(\vec{i}_0, \vec{i}_1) = \cos \alpha \text{ de même pour}$$

$$\vec{i}_0 \cdot \vec{j}_1 = -\sin \alpha \text{ et } \vec{j}_0 \cdot \vec{i}_1 = \sin \alpha \text{ et } \vec{j}_0 \cdot \vec{j}_1 = \cos \alpha$$

Donc

$$R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

En espace tridimensionnel, pareillement à l'espace bidimensionnel, l'orientation d'un objet

P peut être exprimée par

$$P_{x_0 y_0 z_0} = [P_{x_0}, P_{y_0}, P_{z_0}]^t = p_{x_0} \times \vec{i}_0 + p_{y_0} \times \vec{j}_0 + p_{z_0} \times \vec{k}_0 \quad (3.8)$$

$$P_{x_1 y_1 z_1} = [P_{x_1}, P_{y_1}, P_{z_1}]^t = p_{x_1} \times \vec{i}_1 + p_{y_1} \times \vec{j}_1 + p_{z_1} \times \vec{k}_1$$

À partir des deux termes de l'équation (3.8) on peut déduire

$$\begin{bmatrix} P_{x_0} \\ P_{y_0} \\ P_{z_0} \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} P_{x_1} \\ P_{y_1} \\ P_{z_1} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

En 3D la matrice de rotation est obtenue par une rotation du système $OX_0Y_0Z_0$ à un système $OX_1Y_1Z_1$

Si l'axe X_1 coïncide avec l'axe X_0 , la matrice de rotation sera

$$R(x, \alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Si l'axe Y_1 coïncide avec l'axe Y_0 , la matrice de rotation sera

$$R(y, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Si l'axe Z_1 coïncide avec l'axe Z_0 , la matrice de rotation sera

$$R(z, \phi) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

La matrice de rotation générale est :

$$R = R(x, \alpha) \cdot R(y, \gamma) \cdot R(z, \phi) \quad (3.13)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

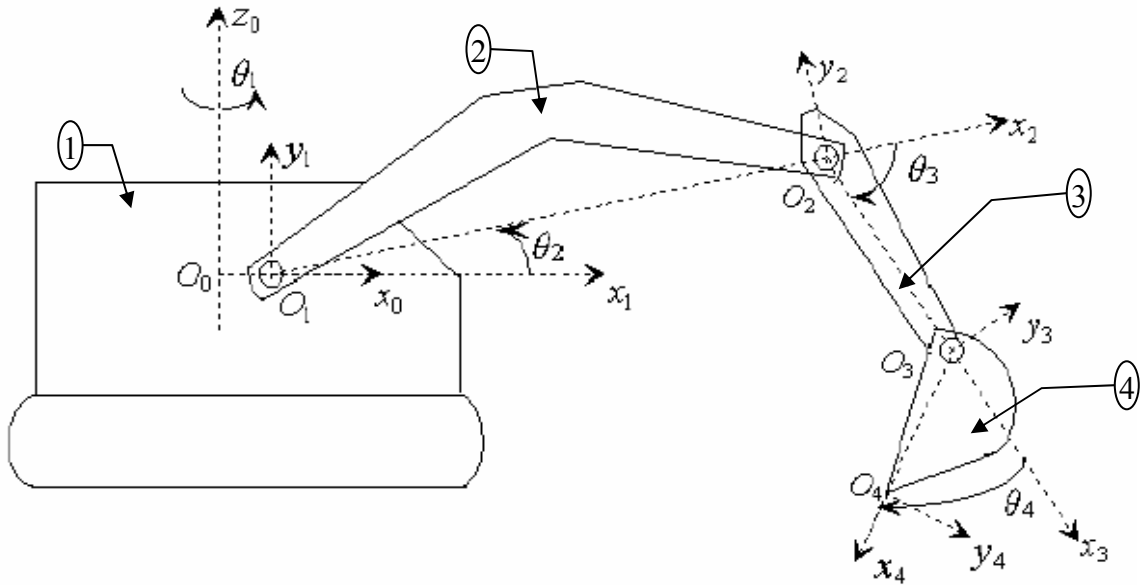
$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \gamma & \cos \theta \sin \gamma \sin \alpha - \sin \theta \cos \alpha & \cos \theta \sin \gamma \sin \alpha + \sin \theta \cos \alpha \\ \sin \theta \cos \gamma & \sin \theta \sin \gamma \sin \alpha + \cos \theta \cos \alpha & \sin \theta \sin \gamma \sin \alpha - \cos \theta \cos \alpha \\ -\sin \gamma & \cos \gamma \cos \alpha & \cos \gamma \sin \alpha \end{bmatrix}$$

3.3 Le modèle cinématique du mécanisme

Le mécanisme de façonnage est présenté comme un robot manipulateur avec quatre degrés de liberté (Fig 3.4). Dans le mouvement commandé par ordinateur, le godet d'engin suit un chemin indiqué par sa position et son angle, c'est-à-dire l'extrémité du godet (point D). Les valeurs de ces variables communes sont à leur tour déterminées par les longueurs des vérins hydrauliques. Les relations mathématiques entre ces variables sont données par la relation cinématique du bras manipulateur d'engin (flèche, bras, godet).

Il existe deux méthodes de calcul des coordonnées de l'élément terminal d'une excavatrice en utilisant la méthode de Denavit-hartenberg et en utilisant une méthode directe. Le problème de l'inversion des coordonnées sera ensuite abordé par la cinématique inversée

Le modèle cinématique est développé à partir de la théorie fondamentale pour les robots manipulateurs. La figure suivante représente une description cinématique d'une excavatrice d'après la méthodologie de Denavit-Hertenberg



θ_1 : Rotation du bras manipulateur dans le plan O_0, x_0, y_0, z_0

θ_2 : Rotation de la flèche dans le repère O_1, x_1, y_1, z_1

θ_3 : Rotation du bras dans le repère O_2, x_2, y_2, z_2

θ_4 : Rotation du godet dans le repère O_3, x_3, y_3, z_3

O_4 : Extrémité du godet (point D)

1 : la commande, 2 : le flèche, 3 : le bras, 4 : le godet du bras manipulateur

Fig.3.4 Degrés de liberté adoptés

3.3.1 La cinématique directe du bras manipulateur

Le modèle cinématique directe ou ver lavant est développé pour soutenir l'analyse et la planification du mouvement du mécanisme. Premièrement, un système de coordonnées comme représenté sur la figure (Fig.3.4) est défini pour décrire l'extrémité ou l'arrête de façonnage de godet. Un repère fixe de coordonnées cartésien $O_0 \{X_0 Y_0 Z_0\}$ est choisi, et son origine est placée sur le corps de l'engin. Alors que les systèmes des coordonnées $O_1 \{X_1 Y_1 Z_1\}$, $O_2 \{X_2 Y_2 Z_2\}$, $O_3 \{X_3 Y_3 Z_3\}$, $O_4 \{X_4 Y_4 Z_4\}$, sont des repères liés aux organe du bras manipulateur.

Pour décrire les relations cinématique d'un système articulé se déplaçant dans un espace de trois dimensions, deux méthodes vont être présentées, l'une d'elle utilise les notations de Denavit-Hertenberg, l'autre est désignée comme étant la méthode directe voir **annexe 2**. Si on applique la méthodologie de Denavit-Hertenberg pour une excavatrice Koivo et all [19].

On peut noter que l'axe d'articulation pour la première liaison c'est-à-dire le support base est vertical, tandis que les axes de rotation pour les autres liaisons sont horizontaux.

La figure suivant représente une description cinématique d'un bras d'excavatrice

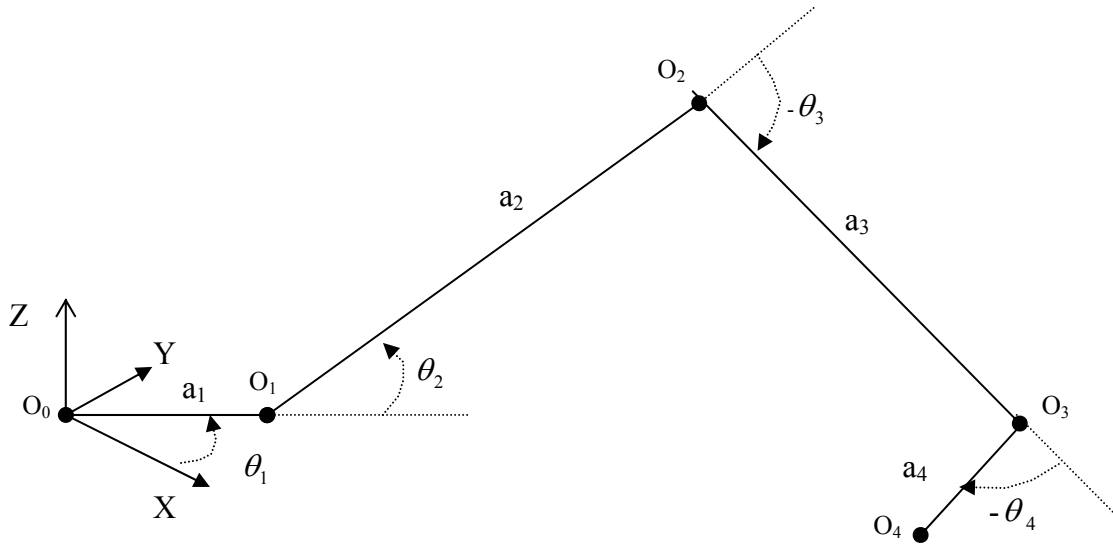


Fig.3.5 Modèle cinématique du mécanisme de façonnage

3.3.2 Les paramètres de DH (Denavit-Hertenberg)

La détermination des paramètres de Denavit-Hertenberg (DH) doit être obtenus en plaçant le bras manipulateur dans sa position initiale (O_0), puis presque pour chaque articulation un repère est assignée selon son type de liaison et type d'articulation.

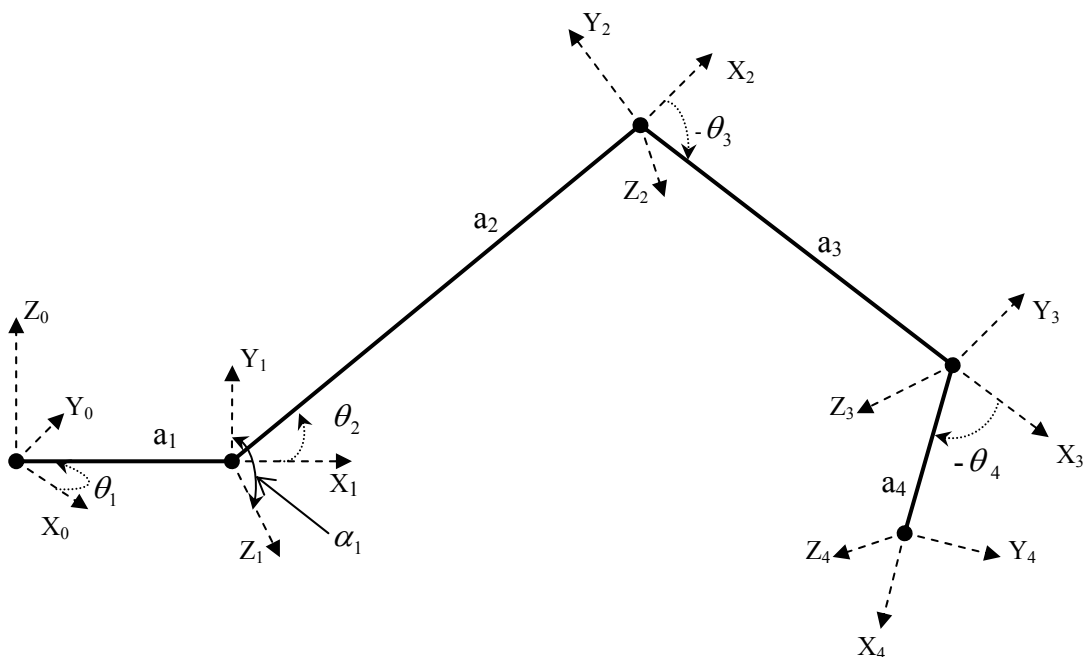


Fig.3.6 Schéma cinématique du bras manipulateur selon Denavit-Hertenberg

D'après la Fig3.6, la table suivante récapitule les valeurs des paramètres de DH pour un bras manipulateur d'une excavatrice est :

Liaison	Angle de torsion α_i	Longueur de liaison a_i	Longueur excentration d_i	Angle de rotation θ_i
1	90°	$a_1 = l_1$	0	θ_1
2	0°	$a_2 = l_2$	0	θ_2
3	0°	$a_3 = l_3$	0	θ_3
4	0°	$a_4 = l_4$	0	θ_4

Tel que les paramètres du tableau (DH) sont définis comme suite :

- 1) α_i : Angle de rotation par rapport à l'axe $X_{(i)}$.
- 2) a_i : Distance entre $Z_{(i-1)}$ à $Z_{(i)}$, par rapport à l'axe $X_{(i-1)}$ ou $Y_{(i-1)}$.
- 3) d_i : Distance de $X_{(i-1)}$ à $X_{(i)}$ ($Y_{(i-1)}$ à $Y_{(i)}$), par rapport à l'axe $Z_{(i-1)}$.
- 4) θ_i : Angle de rotation par rapport à l'axe $Z_{(i-1)}$.

3.3.3 Les matrices de transformation

Pour déterminer les matrices de passage qui relient deux repères des coordonnées adjacentes, les paramètres structuraux de cinématique sont d_i , a_i , α_i et θ_i , $i = 1, \dots, 4$, les valeurs de ces paramètres sont calculées dans le tableau précédent.

La position et l'orientation de l'extrémité du godet en ce qui concerne un système fixe de référence sont nécessaires. Afin d'obtenir une représentation conjointe de position et d'orientation, les coordonnées homogènes (HC) peuvent être employées. La représentation par des coordonnées homogènes pour la localisation des objets pleins dans un espace de n dimensions peut être exprimée par les coordonnées de $(n + 1)$ -dimensions. Ceci signifie qu'un n dimension d'espace peut être représenté avec HC par $(n + 1)$ dimensions, par exemple, un vecteur $p(x, y, z)$ sera exprimé par $p(Wx, Wz, Wy, W)$ où W a une valeur arbitraire et représente une valeur d'échelle. Généralement des coordonnées homogènes sont représentées par :

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aw \\ bw \\ cw \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{Si } w=1) \quad (3.14)$$

La définition des coordonnées homogènes du concept de la matrice homogène résultant de la matrice homogène de transformation, A , est une matrice 4x4 qui représente la transformation d'un vecteur des coordonnées homogènes d'un système à un autre système de référence. Mathématiquement, ceci est exprimé comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & P_{3 \times 1} \\ f_{1 \times 3} & W_{1 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotation} & \text{Translation} \\ \text{Perspective} & \text{échelle} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Dans un bras manipulateur d'une excavatrice, il existe des rotations selon l'axe X (α_i), et selon l'axe Z (θ_i). À partir des équations, (3.13) et (3.15), la forme générale de la matrice de transformation reliant deux points adjacents [i^{eme} et $(i-1)^{\text{eme}}$] des repères de référence peuvent être écrites sous la forme générale suivante Craig [8]:

$$A_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & -\sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

La substitution des paramètres de DH dans l'équation (3.16) mène aux matrices de transformation pour le bras manipulateur d'engin (cabine, flèche, bras, godet) :

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & a_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & a_1 \sin \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$A_1^2 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & a_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & a_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & -\sin \theta_3 & 0 & a_3 \cos \theta_3 \\ \sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 & a_3 \sin \theta_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & -\sin \theta_4 & 0 & a_4 \cos \theta_4 \\ \sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 & a_4 \sin \theta_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3.3.4 La matrice de transformation manipulatrice

La matrice de transformation manipulatrice est obtenu en multipliant toutes les matrices de transformation comme suit :

$$A_0^4 = A_0^1 \times A_1^2 \times A_2^3 \times A_3^4 = {}^R T_H \quad (3.18)$$

Donc la substitution de l'équation (3.17) en (3.18) donne :

$$A_0^4 = A_0^1 \times A_1^2 \times \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & a_3 c_3 \\ s_3 & c_3 & 0 & a_3 s_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_4 & -s_4 & 0 & a_4 c_4 \\ s_4 & c_4 & 0 & a_4 s_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$= A_0^1 \times A_1^2 \times \begin{bmatrix} c_3 c_4 - s_3 s_4 & -(s_3 c_4 + s_4 c_3) & 0 & a_4 (c_3 c_4 - s_3 s_4) + a_3 c_3 \\ s_4 c_3 + s_3 c_4 & c_3 c_4 - s_3 s_4 & 0 & a_4 (s_3 c_4 - c_3 s_4) + a_3 s_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

En employant les identités trigonométriques suivantes sur l'équation (3.19) on obtient:

$$\sin \theta_i \cos \theta_j + \cos \theta_i \sin \theta_j = \sin(\theta_i + \theta_j) = s_{ij}$$

$$\cos \theta_i \cos \theta_j - \sin \theta_i \sin \theta_j = \cos(\theta_i + \theta_j) = c_{ij}$$

$$A_0^4 = A_0^1 \times A_1^2 \times \begin{bmatrix} c_{34} & -(s_{34}) & 0 & a_4 (c_{34}) + a_3 c_3 \\ s_{34} & c_{34} & 0 & a_4 (s_{34}) + a_3 s_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

De la même façon

$$\begin{aligned}
 A_0^4 &= A_0^1 \times \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & a_2 c_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_{34} & -(s_{34}) & 0 & a_4(c_{34}) + a_3 c_3 \\ s_{34} & c_{34} & 0 & a_4(s_{34}) + a_3 s_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= A_0^1 \times \begin{bmatrix} c_{234} & -(s_{234}) & 0 & a_4(c_{234}) + a_3 c_{23} + a_2 c_2 \\ s_{234} & c_{234} & 0 & a_4(s_{234}) + a_3 s_{23} + a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

De même façon

$$A_0^4 = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & s_1 & a_1 c_1 \\ s_1 & 0 & -c_1 & a_1 s_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c_{234} & -(s_{234}) & 0 & a_4(c_{234}) + a_3 c_{23} + a_2 c_2 \\ s_{234} & c_{234} & 0 & a_4(s_{234}) + a_3 s_{23} + a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.22}$$

la matrice suivante est obtenue :

$$A_0^4 = \begin{bmatrix} c_1 c_{234} & -c_1 s_{234} & s_1 & c_1 (a_4 c_{234} + a_3 c_{23} + a_2 c_2 + a_1) \\ s_1 c_{234} & -s_1 s_{234} & -c_1 & s_1 (a_4 c_{234} + a_3 c_{23} + a_2 c_2 + a_1) \\ s_{234} & c_{234} & 0 & a_4 s_{234} + a_3 s_{23} + a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

Avec

$$\begin{aligned}
 c_1 &= \cos \theta_1, & s_1 &= \sin \theta_1, & c_2 &= \cos \theta_2, & s_2 &= \sin \theta_2, \\
 c_{23} &= \cos(\theta_2 + \theta_3), & s_{23} &= \sin(\theta_2 + \theta_3), \\
 c_{234} &= \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4), & s_{234} &= \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)
 \end{aligned}$$

3.3.5 Calcul de la position du godet

À partir de l'équation (3.15) nous avons définies que la matrice de transformation est une composition d'une matrice de rotation, vecteur de translation. La matrice de rotation R est une multiplication d'une rotation selon les axes X, Y, et Z, $R = Rot(y, \phi) \times Rot(w, \gamma) \times Rot(u, \alpha)$

Donc la matrice de transformation est donnée par l'équation (3.24)

$${}^R T_H = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & P_{3 \times 1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = A_0^4 \tag{3.24}$$

D'après les équations (3.23), et (3.24), on peut déduire l'équation (3.25) suivante :

$$\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 c_{234} & -c_1 s_{234} & s_1 & c_1 (a_4 c_{234} + a_3 c_{23} + a_2 c_2 + a_1) \\ s_1 c_{234} & -s_1 s_{234} & -c_1 & s_1 (a_4 c_{234} + a_3 c_{23} + a_2 c_2 + a_1) \\ s_{234} & c_{234} & 0 & a_4 s_{234} + a_3 s_{23} + a_2 s_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les positions de l'extrémité du godet c'est-à-dire le point $O_4 \{X_4 Y_4 Z_4\}$ peuvent être calculées comme suite :

$$p_{x4} = \cos \theta_1 (a_4 \times \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + a_3 \times \cos(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \times \cos \theta_2 + a_1) \quad (3.27)$$

$$p_{y4} = \sin \theta_1 (a_4 \times \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + a_3 \times \cos(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \times \cos \theta_2 + a_1)$$

$$p_{z4} = a_4 \times \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + a_3 \times \sin(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \times \sin \theta_2$$

3.4 Cinématique Inversée du bras manipulateur

Les équations des cinématiques inversées sont employées pour déterminer les angles communs et les longueurs de vérin correspondant à une position et à une orientation indiquées du godet, données dans le système du couronnée bas. On suppose que les coordonnées du point $O_3 \equiv D$ sont données dans le système des coordonnées bas $P_0^D = [P_{0X}^D \ P_{0Y}^D \ P_{0Z}^D]^T$ et les valeurs variables communes correspondantes $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$, voir Fig.3.7, ainsi que les longueurs L_{BE}, L_{FI}, L_{JK} des vérins peuvent être trouvées.

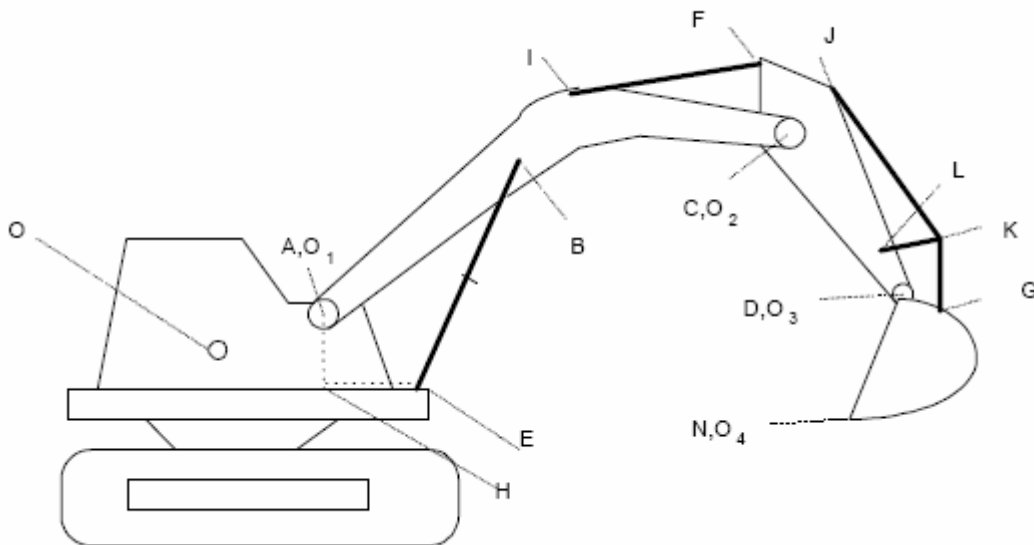


Fig.3.7 Vue de côté schématique d'une excavatrice

3.4.1 Équation de la cinématique inversée

Les angles θ_1 , θ_2 , θ_3 , et θ_4 seront déterminés par l'équation de cinématique inversée, c'est-à-dire, trouver l'angle de rotation des liaisons en fonction d'un point de référence, ce point est $O_3 \equiv D$ avec des coordonnées donné. On suppose que la tâche d'excavation est accomplie dans le plan vertical contenant la liaison entre les points O_1 et O_2 . On peut déduire l'équation de la cinématique suivant :

$$P_1^D = A_1^0 P_0^D = A_1^2 A_2^3 P_3^D = A_1^3 P_3^D \quad (3.28)$$

P_3^D représente les coordonnées du point D dans la troisième repère , c'est-à-dire

$$P_3^D = [0,0,0,1]^T, \text{ avec } A_1^0 = [A_0^1]^{-1}$$

L'équation (3.28) peut être écrit sous forme :

$$P_1^D = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_1 & -\cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{0X}^D \\ P_{0Y}^D \\ P_{0Z}^D \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos \theta_1)P_{0X}^D + (\sin \theta_1)P_{0Y}^D - a_1 \\ P_{0Z}^D \\ (\sin \theta_1)P_{0X}^D - (\cos \theta_1)P_{0Y}^D \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

La résolution pour θ_2 , équation (3.28) est écrit comme suit :

$$A_2^3 P_3^D = [A_1^2]^{-1} P_1^D \quad (3.30)$$

la substitution de (3.29) en (3.30) donne

$$\begin{bmatrix} a_3 \cos \theta_3 \\ a_3 \sin \theta_3 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 (\cos \theta_1 P_{0X}^D + \sin \theta_1 P_{0Y}^D - a_1) + (\sin \theta_2) P_{0Z}^D - a_2 \\ -\sin \theta_2 (\cos \theta_1 P_{0X}^D + \sin \theta_1 P_{0Y}^D - a_1) + (\cos \theta_2) P_{0Z}^D \\ (\sin \theta_1) P_{0X}^D - (\cos \theta_1) P_{0Y}^D \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Les deux premières rangées en équation (3.31) contiennent la variable inconnue θ_2 du côté gauche et la variable inconnue θ_3 du côté droit. La troisième rangée de équation (3.31) donne

$$\theta_1 = \tan^{-1} \left(\frac{P_{0Y}^D}{P_{0X}^D} \right) \quad (3.32)$$

Si les deux premières rangées de l'équation (3.31) sont additionnées et carrées, on obtient

$$(2a_2 P_{0Z}^D) \sin \theta_2 + (2a_2 d) \cos \theta_2 = (P_{0Z}^D)^2 + d^2 + a_2^2 - a_3^2 \quad (3.33)$$

$d = \cos \theta_1 P_{0x}^D + \sin \theta_1 P_{0y}^D - a_1$. dans l'équation (3.33), le seul inconnu θ_2 apparaît du côté gauche. Cette équation peut être résolue par une méthode standard comme suit $(2a_2 d) = r \cos \gamma$ et $(2a_2 P_{0z}^D) = r \sin \gamma$, tel que $r = \{4a_2^2 \times [d^2 + (P_{0z}^D)^2]\}^{1/2}$ et $\gamma = \tan^{-1}(P_{0z}^D / d)$. En substituant ces relations dans (3.33) l'équation résultante peut être résolue pour $\theta_2 - \gamma$ comme suit :

$$r \sin \gamma \sin \theta_2 + r \cos \gamma \cos \theta_2 = (P_{0z}^D)^2 + d^2 + a_2^2 - a_3^2 \quad (3.34)$$

Sachant que

$$\sin \theta_i \sin \theta_j + \cos \theta_i \cos \theta_j = \cos(\theta_i - \theta_j) = c_{ij}$$

On peut écrire l'équation (3.34) comme suit :

$$\cos(\theta_2 - \gamma) = \frac{(P_{0z}^D)^2 + d^2 + a_2^2 - a_3^2}{r}$$

Donc

$$\theta_2 = \cos^{-1}\left(\frac{(P_{0z}^D)^2 + d^2 + a_2^2 - a_3^2}{r}\right) + \gamma \quad (3.35)$$

Après avoir déterminé θ_1 et θ_2 , il est possible d'obtenir le troisième angle inconnu θ_3 . De l'équation (3.31) l'angle θ_3 peut être écrite comme suit

$$\theta_3 = \sin^{-1}\left(\frac{-\sin \theta_2 (\cos \theta_1 P_{0x}^D + \sin \theta_1 P_{0y}^D - a_1) + (\cos \theta_2) P_{0z}^D}{a_3}\right) \quad (3.36)$$

Ces équations déterminent les angles de rotation (θ_1 , θ_2 , θ_3) d'un bras manipulateur d'une excavatrice, quand la position du point $O_3 \equiv D$ est connue. Si l'angle de pénétration du godet est connu, il peut être employé pour indiquer l'orientation et le positionnement de godet. Supposer que le fond du godet représenté sur la figure (Fig.3.8) définit un plan qui contient l'extrémité du godet, puis angle θ_{sg} est défini comme angle antérieur qui marque le plan avec l'horizontal du godet. L'angle θ_4 peut être calculé

$$\theta_4 = \theta_{sg} + (2\pi - \theta_2 - \theta_3) \quad (3.37)$$

Quand les angles connus sont connus, les positions du point (O_1, O_2, O_4) peuvent être déterminées par les équations de la cinématique directe.

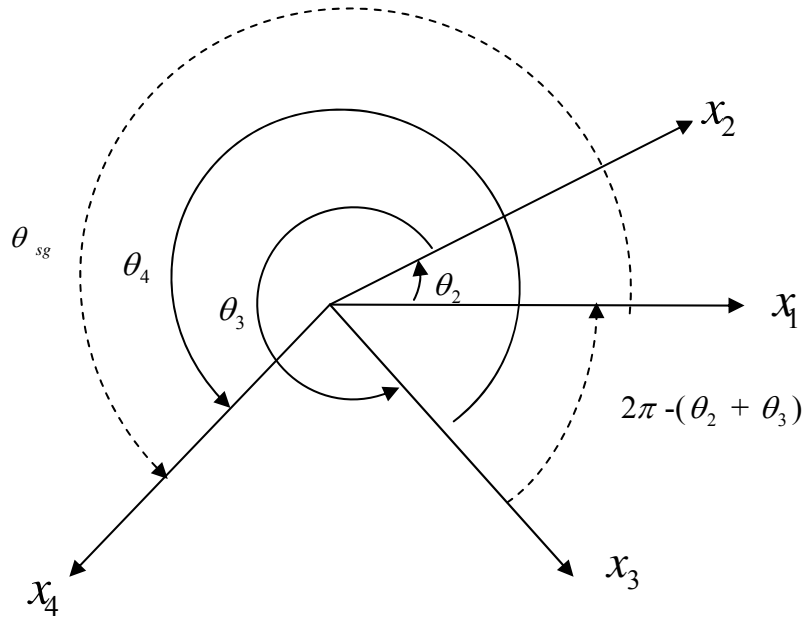


Fig.3.8 Les angles de rotation des liaisons du bras manipulateur

3.5 Équations des vitesses et des accélérations

Les équations des vitesses et des accélérations sont déterminées pour de tous les liaisons des articulations du bras manipulateur d'engin de façonnage. Les équations des vitesses et des accélérations de chaque liaison du mécanisme sont présentées en détail par Vaha et all [47, 48]. Les vitesses et les accélérations de rotation de chaque liaison sont décrites sous la forme récursive suivante par Newton-Euler :

$${}^{i+1}w_{O(i+1)} = (R_{i+1}^i)(R_i^0)w_{O(i)} + \dot{\theta}_{i+1}({}^{i+1}\hat{Z}_{i+1}) \quad (3.38)$$

Où $R_{i+1}^i = (A_{i+1}^i)_R$ est la sub-matrice de rotation de la transformation homogène.

La matrice A_{i+1}^i est donnée par l'équation (3.16) et elle est calculé dans (3.17), et $\dot{\theta}_{i+1}({}^{i+1}\hat{Z}_{i+1})$ est la vitesse de rotation de la liaison (i+1) relativement à la liaison précédente

auteur (positif) de $Z_{i\text{-axis}}$. De même, la vitesse de translation $v_{O(i+1)}$ de la liaison (i+1) exprimé en (i+1)^{ème} coordonnée système est :

$${}^{i+1}v_{O(i+1)} = {}^{i+1}R^i v_i + {}^{i+1}w_{O(i+1)} \times [{}^{i+1}p_{O(i+1)} - {}^{i+1}p_{O(i)}] \quad (3.39)$$

Où ${}^{i+1}p_{O(i+1)}$ est le vecteur de l'origine du système de la coordonnée bas à l'origine de $i^{\text{ème}}$ repère exprimée en (i+1)^{ème} coordonnée système

L'expression correspondante à l'accélération de rotation est:

$${}^{i+1}\dot{w}_{i+1} = {}^{i+1}R^i \dot{w}_i + {}^{i+1}R^i w_i \times \dot{\theta}_{i+1} \hat{Z}_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1} (\hat{Z}_{i+1}) \quad (3.40)$$

Où ${}^{i+1}\dot{w}_{O(i)}$ est l'accélération de rotation de $i^{\text{ème}}$ repère par rapport au (i+1)^{ème} repère.

L'accélération de translation ${}^{i+1}\dot{v}_{i+1}$ de l'origine de $i^{\text{ème}}$ repère exprimée en (i+1)^{ème} repère est :

$${}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}\dot{w}_{i+1} \times {}^i p_{i+1} + {}^{i+1}w_{i+1} \times ({}^{i+1}w_{i+1} \times {}^i p_{i+1}) + {}^{i+1}R^i \dot{v}_i \quad (3.41)$$

La vitesse de translation ${}^i v_{OG(i)}$ et l'accélération ${}^i \dot{v}_{OG(i)}$ du centre de la masse G_i de $i^{\text{ème}}$ liaison sont alors définies comme suit :

$${}^i v_{OG(i)} = {}^i v_{O(i)} + {}^i w_{O(i)} \times (p_{G(i)} - p_{O(i)}) \quad (3.42)$$

$${}^i \dot{v}_{G(i+1)} = {}^i \dot{w}_i \times {}^i p_{G(i+1)} + {}^i w_i \times ({}^i w_i \times {}^i p_{G(i)}) + {}^i \dot{v}_{G(i)} \quad (3.44)$$

3.5.1 Équations de vitesse et d'accélération pour chaque liaison

Pour déterminer les équations des mouvements pour les liaisons 2, 3, et 4 (flèche, bras, godet) du bras manipulateur d'engin de façonnage. L'angle de rotation de la commande d'engin (cabine), c'est-à-dire de la première liaison (1) est supposé constant. Les équations pour des vitesses de rotation et de translation des liaisons sont d'abord obtenues comme suit :

a. Pour la Flèche (liaison 2)

Les vitesses de rotation et de translation exprimées en deuxième repère (voire la Fig.3.5) sont dérivées comme suit.

Car la base ne tourne pas, ${}^1w_1 = 0$, ${}^1\dot{w}_1 = 0$, ${}^1v_1 = 0$, ${}^1\dot{v}_1 = 0$.

$${}^2w_2 = {}^2R^1w_1 + \dot{\theta}_2 \hat{Z}_2 = {}^2R \times 0 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$${}^2v_2 = {}^2R^1v_1 + {}^2w_2 \times {}^1P_2 = 0 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_{0102} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ L_{0102} \times \dot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

$${}^2\dot{w}_2 = {}^2R^1\dot{w}_1 + {}^2R^1w_1 \times \dot{\theta}_2 \hat{Z}_2 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = 0 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (3.47)$$

$${}^2\dot{v}_2 = {}^2\dot{w}_2 \times {}^1P_2 + {}^2w_2 \times ({}^2w_2 \times {}^1P_2) + {}^2R^1\dot{v}_1 \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_{0102} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_{0102} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) + 0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} L_{0102} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ L_{0102} \dot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ L_{0102} \ddot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -L_{0102} \dot{\theta}_2^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_{0102} \dot{\theta}_2^2 \\ L_{0102} \ddot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

avec $\sigma_1 = \widehat{G_2 O_2 O_1}$, on a :

$${}^2v_{G_2} = {}^2v_{O_2} + {}^2w_2 \times (P_{G_2} - P_{O_2}) \quad (3.49)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ L_{0102} \dot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -L_{G_2O_2} \cos \sigma_1 \\ L_{G_2O_2} \sin \sigma_1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_{G_2O_2} \dot{\theta}_2 \sin \sigma_1 \\ -L_{G_2O_2} \dot{\theta}_2 \cos \sigma_1 + L_{0102} \dot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$${}^2\dot{v}_{G_2} = {}^2\dot{w}_2 \times {}^2P_{G_2} + {}^2w_2 \times ({}^2w_2 \times {}^2P_{G_2}) + {}^2\dot{v}_{O_2} = \begin{bmatrix} -L_{G_2O_2} \ddot{\theta}_2 \sin \sigma_1 + L_{G_2O_2} \dot{\theta}_2^2 \cos \sigma_1 - L_{0102} \ddot{\theta}_2 \\ -L_{G_2O_2} \ddot{\theta}_2 \cos \sigma_1 - L_{G_2O_2} \dot{\theta}_2^2 \sin \sigma_1 + L_{0102} \ddot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

b. Pour le Bras (liaison 3)

Les équations correspondantes pour des vitesses et des accélérations (voire la Fig.3.5) sont :

$$\text{Avec } {}^3_2R = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les équations correspondantes sont écrites comme suite:

$${}^3w_3 = {}^3R^2w_2 + \dot{\theta}_3 \hat{Z}_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$${}^3v_3 = {}^3R^2v_2 + {}^3w_3 \times {}^2P_3 = \begin{bmatrix} L_{O2O3} \dot{\theta}_2 \sin \theta_3 \\ L_{O1O2} \dot{\theta}_2 \cos \theta_3 + L_{O2O3} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

$${}^3\dot{w}_3 = {}^3R^2\dot{w}_2 + {}^3R^2w_2 \times \dot{\theta}_3 \hat{Z}_3 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

$${}^3\dot{v}_3 = {}^3\dot{w}_3 \times {}^2P_3 + {}^3w_3 \times ({}^3w_3 \times {}^2P_3) + {}^3R^2\dot{v}_2 \quad (3.54)$$

$$= \begin{bmatrix} -(\cos \theta_3) L_{O1O2} \dot{\theta}_2^2 + (\sin \theta_3) L_{O1O2} \ddot{\theta}_2 - L_{O2O3} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \\ (\sin \theta_3) L_{O1O2} \dot{\theta}_2^2 + (\cos \theta_3) L_{O1O2} \ddot{\theta}_2^2 + L_{O2O3} (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma_2 = \widehat{G_3 O_2 O_3}$$

$${}^3v_{G3} = {}^3v_{O3} + {}^3w_3 \times (P_{G3} - P_{O3}) \quad (3.55)$$

$$= \begin{bmatrix} L_{O1O2} \dot{\theta}_2 \sin \theta_3 \\ L_{O1O2} \dot{\theta}_2 \cos \theta_3 + L_{O1O2} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -L_{G3O3} \cos \sigma_2 \\ L_{G3O3} \sin \sigma_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} L_{O1O2} \dot{\theta}_2 \sin \theta_3 - L_{G3O3} \sin \sigma_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ L_{O1O2} \dot{\theta}_2 \cos \theta_3 + L_{O2O3} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) - L_{G3O3} \cos \sigma_2 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
{}^3\dot{v}_{G3} &= {}^3\dot{w}_3 \times {}^3P_{G3} + {}^3w_3 ({}^3w_3 + {}^3P_{G3}) + {}^3\dot{v}_{O3} \quad (3.56) \\
&= \begin{bmatrix} -(\cos \theta_3)L_{O1O2}\dot{\theta}_2^2 + (\sin \theta_3)L_{O1O2}\ddot{\theta}_2 - L_{O2O3}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \\ (\sin \theta_3)L_{O1O2}\dot{\theta}_2^2 + (\cos \theta_3)L_{O1O2}\ddot{\theta}_2 - L_{O2O3}(\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \\ 0 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} -L_{G3O3}(\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)\sin \sigma_2 + L_{G3O3}(\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)^2 \cos \sigma_2 \\ -L_{G3O3}(\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)\cos \sigma_2 + L_{G3O3}(\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)^2 \sin \sigma_2 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

c. Pour le Godet (liaison 4)

Les équations correspondantes pour des vitesses et des accélérations (voire la Fig.3.5) sont :

$$\text{Avec } {}^4R_3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & \sin \theta_4 & 0 \\ -\sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les équations correspondantes sont écrites :

$${}^4w_4 = {}^4R_3 w_3 + \dot{\theta}_4 \hat{Z}_4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & \sin \theta_4 & 0 \\ -\sin \theta_4 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

$${}^4v_4 = {}^4R_3 v_3 + {}^4w_4 \times {}^3P_4 = \begin{bmatrix} L_{O1O2}\dot{\theta}_2 \sin(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) + L_{O2O3}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)\sin(\theta_4) \\ L_{O1O2}\dot{\theta}_2 \cos(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) + L_{O2O3}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)\cos \theta_4 + L_{O3O4}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

$${}^4\dot{w}_4 = {}^4R_3 \dot{w}_3 + {}^4R_3 w_3 \times \dot{\theta}_4 \hat{Z}_4 + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4 \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

$${}^4\dot{v}_4 = {}^4\dot{w}_4 \times {}^3P_4 + {}^4w_4 \times ({}^4w_4 \times {}^3P_4) + {}^4R_3 \dot{v}_3 \quad (3.60)$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} -\cos(\theta_3 + \theta_4)L_{O1O2}\dot{\theta}_2^2 + \sin(\theta_3 + \theta_4)L_{O1O2}\ddot{\theta}_2 \\ \sin(\theta_3 + \theta_4)L_{O1O2}\dot{\theta}_2^2 + \cos(\theta_3 + \theta_4)L_{O1O2}\ddot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix} \\
&+ \begin{bmatrix} -L_{O2O3}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \cos \theta_4 + L_{O3O4}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4)^2 + L_{O2O3}(\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)\sin \theta_4 \\ L_{O2O3}(\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \sin \theta_4 + L_{O3O4}(\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4)^2 + L_{O2O3}(\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3)\cos \theta_4 \\ 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\sigma_3 = G_4 O_3 O_4$$

$${}^4 v_{G4} = {}^4 v_{O4} + {}^4 w_4 \times (P_{G4} - P_{O4}) \quad (3.61)$$

$$= \begin{bmatrix} L_{O1O2} \dot{\theta}_2 \sin(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) + L_{O2O3} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \sin \theta_4 - L_{G4O4} \sin \sigma_3 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \\ L_{O1O2} \dot{\theta}_2 \cos(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) + L_{O2O3} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \cos \theta_4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ L_{O3O4} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \sin \theta_4 - L_{G4O4} \cos \sigma_3 (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \\ 0 \end{bmatrix}$$

$${}^4 \dot{v}_{G4} = {}^4 \dot{w}_4 \times {}^4 P_{G4} + {}^4 w_4 ({}^4 w_4 \times {}^4 P_{G4}) + {}^4 \dot{v}_{O4} \quad (3.62)$$

$$= \begin{bmatrix} -\cos(\theta_3 + \theta_4) L_{O1O2} \dot{\theta}_2^2 + \sin(\theta_3 + \theta_4) L_{O1O2} \ddot{\theta}_2 \\ \sin(\theta_3 + \theta_4) L_{O1O2} \dot{\theta}_2^2 + \cos(\theta_3 + \theta_4) L_{O1O2} \ddot{\theta}_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} -L_{O2O3} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \cos \theta_4 + L_{O3O4} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4)^2 + L_{O2O3} (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \sin \theta_4 \\ L_{O2O3} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)^2 \sin \theta_4 + L_{O3O4} (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4)^2 + L_{O2O3} (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \cos \theta_4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} L_{G4O4} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4)^2 \cos \sigma_3 - L_{G4O4} (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) \sin \sigma_4 \\ -L_{G4O4} (\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4)^2 \sin \sigma_3 - L_{G4O4} (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) \cos \sigma_4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Chapitre 4

ÉTUDE DYNAMIQUE DU BRAS MANIPULATEUR

4.1 Le modèle dynamique du mécanisme

Dans ce chapitre on présente le modèle dynamique du bras manipulateur d'engin d'excavation c'est-à-dire le mécanisme d'engin, avec la prise en compte de tous les éléments qui influent sur ce mouvement par exemple des forces et des moments qui influencent sur le mouvement. Pour la convenance, le modèle dynamique pour l'excavatrice est présenté en mode d'excavant, avec l'angle de rotation de la commande (cabine), du premier liaison, est supposé constant. Les mouvements du mécanisme de façonnage pendant l'excavation se produisent dans un plan vertical. Les équations du mouvement sont écrites pour chaque liaison du bras manipulateur d'engin d'excavation

4.2 Équation de mouvement du mécanisme

Pour chaque liaison du mécanisme, l'équation de force et de couple sont déterminées à partir de l'extrémité du godet, c'est-à-dire la liaison 4 et procédant vers la base, liaison 1. La résolution des équations de l'extrémité du godet vers la première liaison, est obtenue à partir de l'équation du mouvement général Vaha et all [47, 48]

La force initiale (${}^i F_o^i$) et le moment initiale (${}^i M_o^i$) exercé sur centre de la gravité de la liaison i est exprimés en i^{eme} coordonnée système comme suit :

$${}^i F_o^i = m_i {}^i \dot{v}_{G(i)} \quad (4.1)$$

$${}^i M_o^i = {}^i I_{O(i)} \dot{w}_i + {}^i w_i \times {}^i I_{O(i)} \dot{w}_i \quad (4.2)$$

Là où ${}^i I_{O(i)} = R_i^0 I_{O(i)} R_0^i$ est le moment d'inertie du second degré, reflété, et $I_{O(i)}$ est le moment de l'inertie de la liaison i autour de son centre de la masse.

Pour déterminer les forces et les moments externes, les liaisons du bras manipulateur de l'excavatrice sont séparés par des articulations pour former un ordre des objets libres représentés sur les figures, (4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 2.8, 2.9), pour chaque corps libre tel que la liaison i , les forces sont additionnées et exprimées en i^{eme} coordonnée système, dans l'équation générale suivante :

$${}^i F_{(i-1)i} = {}^i F_{i(i+1)} + \sum_k {}^i F_k^{ext} + {}^i F_0^i \quad (4.3)$$

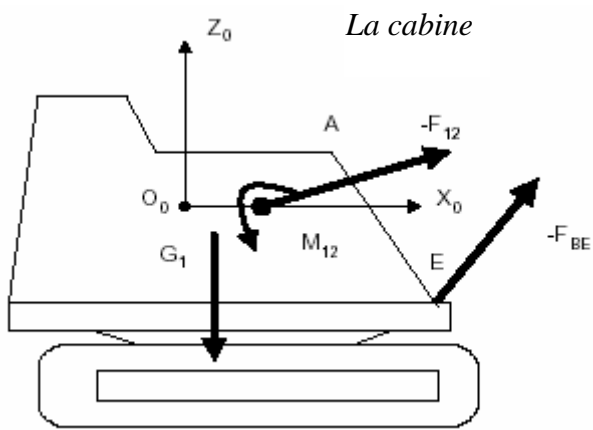


Fig.4.1 Efforts appliqués sur la commande du bras manipulateur

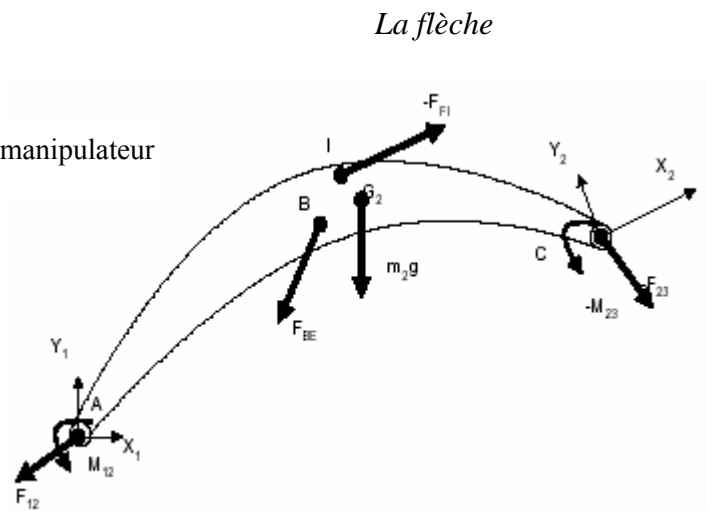


Fig.4.2 Efforts appliqués sur la flèche du bras manipulateur

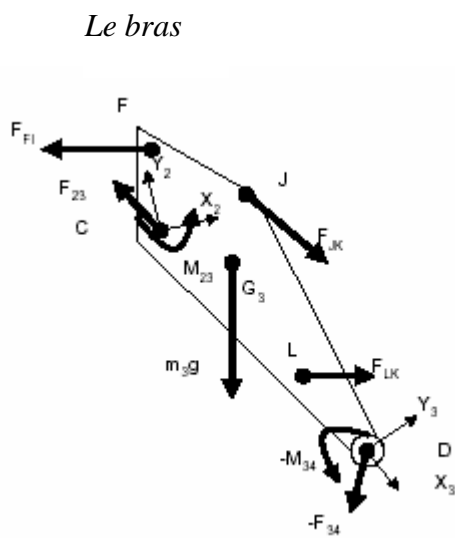


Fig. 4.3 Efforts appliqués sur le bras du bras manipulateur

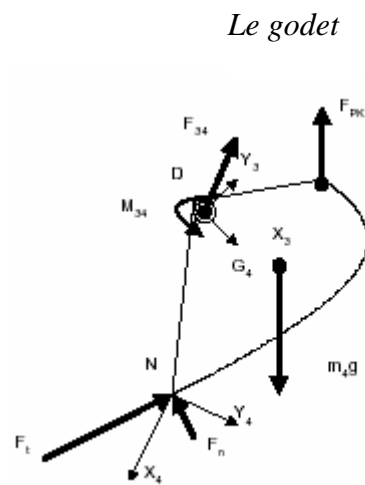


Fig. 4.4 Efforts appliqués sur le godet du bras manipulateur

${}^i F_{(i-1)i}$ est la force exercée sur la liaison i par le liaison $(i-1)$, et exprimée en i^{eme} coordonné système. Le terme $\sum_k {}^i F_k^{\text{ext}}$ exprime la somme des forces externes, telle que la force d'un vérin hydraulique agissant sur la liaison i . l'équation générale pour les moments sur la liaison i donne

$${}^i M_{(i-1)i} = {}^i M_{i(i+1)} + (p_{O(i)} - p_{O(i-1)}) \times F_{i(i+1)}^i + (p_{OG(i)} - p_{O(i-1)}) \times F_{i(i-1)}^i + {}^i M_0^i \quad (4.4)$$

${}^i M_{(i-1)i}$ est le moment exercé sur la liaison i par la liaison $(i-1)$ et exprimé en i^{eme} coordonné système. Les deux équations (4.3) et (4.4) peuvent être combinées pour obtenir

$${}^i M_{(i-1)i} = {}^i M_{i(i+1)} + (p_{O(i)} - p_{O(i-1)}) \times F_{i(i+1)}^i + (p_{OG(i)} - p_{O(i-1)}) \times F_0^i + (p_{O(i)} - p_{O(i-1)}) \times \sum_k {}^i F_k^{\text{ext}} + M_0^i \quad (4.5)$$

4.3 Équation de mouvement pour chaque liaison

Avant de déterminer les forces et les moments qui agisse sur le mouvement du mécanisme, bras manipulateur, il est utile de déterminer les forces et les moments sur le centre de la gravité de chaque liaison du mécanisme

La force et le moment sur le centre de la gravité de la liaison 2 sont :

$${}^2 F_0^2 = \begin{bmatrix} -L_{G2O2} m_2 \ddot{\theta}_2 \sin \sigma_1 + m_2 \dot{\theta}_2^2 (L_{G2O2} \cos \sigma_1 - L_{O1O2}) \\ m_2 \ddot{\theta}_2 (L_{O1O2} - L_{G2O2} \cos \sigma_1) - m_2 L_{G2O2} \dot{\theta}_2^2 \sin \sigma_1 + m_2 g \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$${}^2 M_0^2 = {}^2 I_{O2}^2 \dot{w}_2 + {}^2 w_2 \times {}^2 I_{O2}^2 w_2 = I_{O2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} \times I_{O2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{O2} \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Ainsi que la force et le moment sur le centre de la gravité de la liaison 3 sont :

$${}^3 F_0^3 = m_3 {}^3 \dot{v}_{G3} + m_3 g \quad (4.8)$$

$${}^3 M_0^3 = {}^3 I_{O3}^3 \dot{w}_3 + {}^3 w_3 \times {}^3 I_{O3}^3 w_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{O2} (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Et finalement la force et le moment sur le centre de la gravité de la liaison 4 sont :

$${}^4F_0^4 = m_4^4 \ddot{v}_{G3} + m_4 g \quad (4.10)$$

$${}^4M_0^4 = {}^4I_{O4}^4 \dot{w}_4 + {}^4w_4 \times {}^4I_{O4}^4 w_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{O2}(\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

4.3.1 Équation de mouvement pour le godet (liaison 4)

La liaison 4 est présentée dans la figure (Fig.4.4), les équations (4.3), et (4.4) représente la forme générale de l'équation de force et de mouvement. L'application de ces équations sur la liaison 4 (le godet) en doit obtenir :

$${}^4F_{34} = {}^4F_{45} - F_{Pk} - {}^4F_0^4 \quad (4.12)$$

Les expressions spécifiques des variables sont :

$${}^4F_{45} = [-F_t \cos \theta_b - F_n \sin \theta_b, F_t \sin \theta_b - F_n \cos \theta_b, 0]^T$$

$$\theta_b = \pi + \theta_2 - (\theta_3 + \theta_4) - \theta_{dg}$$

ε_5 est l'angle que la ligne PK fait avec le parallèle de l'axe x_4 .

$$\begin{aligned} {}^4F_{34} &= \begin{bmatrix} -F_t \cos \theta_b - F_n \sin \theta_b \\ F_t \sin \theta_b - F_n \cos \theta_b \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -F_{Pk} \cos(\varepsilon_5 + (\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) \\ -F_{Pk} \sin(\varepsilon_5 + (\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} {}^4F_{Ox}^4 \\ {}^4F_{Oy}^4 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -F_t \cos \theta_b - F_n \sin \theta_b + F_{Pk} \cos(\varepsilon_5 + (\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) - {}^4F_{Ox}^4 \\ F_t \sin \theta_b - F_n \cos \theta_b + F_{Pk} \sin(\varepsilon_5 + (\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) - {}^4F_{Oy}^4 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.13)$$

F_n , F_t sont les forces tangentielles et normales de réaction, respectivement agissant entre le godet et le sol. Le moment ${}^4M_{34}$ peut être calculé autour du centre de pesanteur G_4 :

$${}^4M_{34} = {}^4M_{45} + ({}^4P_{OP} - {}^4P_{OG4}) \times {}^4F_{PK} - ({}^4P_{O4} - {}^4P_{OG4}) \times {}^4F_{45} + ({}^4P_{O3} - {}^4P_{OG4}) \times {}^4F_{34} + {}^4M_0^4 \quad (4.14)$$

La substitution (4.3) dans l'équation (4.14) donne:

$${}^4M_{34} = {}^4M_{45} - ({}^4P_{O4} - {}^4P_{O3}) \times {}^4F_{45} + ({}^4P_{OP} - {}^4P_{OG3}) \times {}^4F_{PK} + ({}^4P_{G4} - {}^4P_{O3}) \times {}^4F_0^4 + {}^4M_0^4 \quad (4.15)$$

Le moment ${}^4M_{45}$ sur l'axe godet est zéro donc :

$$({}^4P_{O_4} - {}^4P_{O_3}) \times {}^4F_{45} = L_{O_3O_4} (F_t \sin \theta_b - F_{nt} \cos \theta_b) K_{Z_4} \quad (4.16)$$

$$({}^4P_{OP} - {}^4P_{OG_3}) \times {}^4F_{PK} = F_{PK} L_{O_3P} (\sin \xi) K_{Z_4}$$

$$\xi = \varepsilon_5 + (-\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) - \widehat{PO_3O_4}$$

$$\sigma_4 = \widehat{PO_3O_4}$$

$$({}^4P_{G_4} - {}^4P_{O_3}) = [L_{O_3G_4} \cos \sigma_4, L_{O_3G_4} \sin \sigma_4, 0]^T$$

${}^4F_0^4$, et ${}^4M_0^4$ sont donnés par l'équation 4.10 et 4.11. La substitution de ces équations dans 4.14 donne :

$$\begin{aligned} {}^4M_{34} = 0 & - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_{O_3O_4} (F_t \sin \theta_b - F_{nt} \cos \theta_b) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{PK} L_{O_3P} (\sin \xi) \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{O_y}^4 L_{O_3G_4} \cos \sigma_4 - F_{O_x}^4 L_{O_3G_4} \sin \sigma_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{O_2} (\ddot{\theta}_2 + \ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.17)$$

4.3.2 Équation de mouvement pour le bras (liaison 3)

Selon les équations (4.3) et (4.4) et la figure (Fig.4.3), la forme des équations de la force et du moment sur la liaison 3 est comme suite :

$${}^3F_{23} = {}^3F_{34} - {}^3F_{LK} - {}^3F_{JK} - {}^3F_{FI} - {}^3F_0^3 \quad (4.18)$$

Et

$$\begin{aligned} M_{23} = M_{34} & - ({}^3P_{O_3} - {}^3P_{OG_3}) \times {}^3F_{34} + ({}^3P_{O_2} - {}^3P_{OG_3}) \times {}^3F_{23} + M_0^3 + ({}^3P_{OL} - {}^3P_{OG_3}) \times {}^3F_{LK} \\ & + ({}^3P_{OJ} - {}^3P_{OG_3}) \times {}^3F_{JK} + ({}^3P_{OF} - {}^3P_{OG_3}) \times {}^3F_{FI} \end{aligned} \quad (4.19)$$

On combine les deux équations ci-dessus, on obtient :

$$\begin{aligned} {}_sM_{23} & = M_{34} - ({}^3P_{OL} - {}^3P_{O_2}) \times {}^3F_{LK} - ({}^3P_{OJ} - {}^3P_{O_2}) \times {}^3F_{JK} - ({}^3P_{OF} - {}^3P_{O_2}) \times {}^3F_{FI} - ({}^3P_{O_3} - {}^3P_{O_2}) \times {}^3F_{PK} \\ & = M_{34} - ({}^3P_{O_3} - {}^3P_{O_2}) \times {}^3F_{34} + ({}^3P_{OG_2} - {}^3P_{O_2}) \times {}^3F_0^3 + M_0^3 \end{aligned} \quad (4.20)$$

Avec ${}^3F_{34} = {}^3F_{34} + {}^3F_{PK} = {}^3F_{45} - {}^3F_0^4$. Le moment M_{34} est donné par ${}^4M_{34} = M_{34}$

Donc

$$\begin{aligned}
({}^3P_{O_3} - {}^3P_{O_2}) \times_r {}^3F_{34} &= L_{O_2O_3} ({}^3F_{34y}) K_{Z_3} \\
&= L_{O_2O_3} (-F_t \sin(\theta_3 - \theta_2 + \theta_{dg}) + F_n \cos(\theta_3 - \theta_2 + \theta_{dg}) + {}^4F_{O_y}^4 \cos \theta_4) K_{Z_3}
\end{aligned}$$

Et

$$\begin{aligned}
({}^3P_{OG_3} - {}^3P_{O_2}) \times {}^3F_0^3 &= [L_{O_2G_3} \cos \sigma_5, L_{O_3G_3} \sin \sigma_5, 0]^T \times {}^3F_0^3 \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^3F_{O_y}^3 L_{O_2G_3} \cos \sigma_5 - {}^3F_{O_x}^3 L_{O_3G_3} \sin \sigma_5 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.21}$$

Tel que $\sigma_5 = \widehat{G_3O_2O_3}$, et $\sigma_6 = \widehat{LO_2O_3}$, K_{Z_3} vecteur d'unité sur l'axe Z_i

$$\begin{aligned}
({}^3P_{OL} - {}^3P_{O_2}) \times {}^3F_{LK} &= [L_{O_2L} \cos \sigma_6, L_{O_2L} \sin \sigma_6, 0]^T \times [F_{LK} \cos \varepsilon_4, F_{LK} \sin \varepsilon_4, 0]^T \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^3F_{LK} L_{O_2L} \sin(\varepsilon_4 - \sigma_6) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.22}$$

ε_4 est l'angle que la ligne LK fait avec le parallèle de l'axe x_3 .

$$\begin{aligned}
({}^3P_{OJ} - {}^3P_{O_2}) \times {}^3F_{JK} &= [L_{O_2J} \cos \sigma_7, L_{O_2J} \sin \sigma_7, 0]^T \times [F_{JK} \cos \gamma_1, F_{JK} \sin \gamma_1, 0]^T \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^3F_{JK} L_{O_2J} \sin(\gamma_1 - \sigma_7) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.23}$$

$\sigma_7 = \widehat{JO_2O_3}$ est une angle constant et $\gamma_1 = \widehat{CJL} + \widehat{LJK} - (\pi - \sigma_7)$ est l'angle ou la ligne JK marques avec le parallèle de l'axe x_3 et \widehat{CJL} est un angle constant; l'angle \widehat{LJK} est déterminé par le théorème de cosinus.

$$L_{LK}^2 = L_{JK}^2 + L_{JL}^2 - 2L_{JK}L_{JL} \cos(\widehat{LJK})$$

Le troisième élément de équation (4.20) est :

$$\begin{aligned}
({}^3P_{OF} - {}^3P_{O_2}) \times {}^3F_{FI} &= [L_{O_2F} \cos \sigma_8, L_{O_2F} \sin \sigma_8, 0]^T \times [F_{FI} \cos \gamma_2, F_{FI} \sin \gamma_2, 0]^T \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^3F_{FI} L_{O_2F} \sin(\gamma_2 - \sigma_8) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.24}$$

$\sigma_8 = \angle FO_2O_3$ est une angle constante et $\gamma_2 = \widehat{\theta_3} + \widehat{FIC} - \widehat{AIC}$. \widehat{AIC} est une angle constante; l'angle \widehat{FIC} est déterminé par le théorème de cosinus.

$$L_{FC}^2 = L_{FI}^2 + L_{CI}^2 - 2L_{FI}L_{CI} \cos(\widehat{FIC})$$

La force au point K sera après équilibrée. On le suppose que les masses des liaisons courts KJ, KL, KP sont négligeables. L'équation d'équilibre de force au point K (Fig.3.7 et Fig.4.3) et l'équilibre d'équation de moment au point L respectivement. ${}^3F_{LK} - {}^3F_{JK} - {}^3F_{PK} = 0$. Dans le composant la forme donne

$$\begin{pmatrix} F_{LK} \cos \varepsilon_4 \\ F_{LK} \sin \varepsilon_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{JK} \cos \gamma_1 \\ F_{JK} \sin \gamma_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} F_{PK} \cos(\theta_3 - \theta_2 + \varepsilon_5) \\ F_{PK} \sin(\theta_3 - \theta_2 + \varepsilon_5) \end{pmatrix} = 0 \quad (4.25)$$

Avec F_{JK} représente une entrée, l'équation (4.25) est résolue pour F_{LK} , et F_{PK} dans le terme de F_{JK}

$$F_{PK} = F_{JK} \left[\frac{\sin \gamma_1 + \cos \gamma_1 \tan \varepsilon_4}{\sin(\theta_3 - \theta_2 + \varepsilon_5) - \tan \varepsilon_4 \cos(\theta_3 - \theta_2 + \varepsilon_5)} \right] = aF_{JK} \quad (4.26)$$

$$F_{LK} = F_{JK} \left[\frac{\sin \gamma_1 + \cos \gamma_1 \tan(\theta_3 - \theta_2 + \varepsilon_5)}{\sin \varepsilon_4 - \tan(\theta_3 - \theta_2 + \varepsilon_5) \cos \varepsilon_4} \right] = bF_{JK} \quad (4.27)$$

Ainsi que, les forces F_{LK} et F_{PK} ont été exprimés en fonction de l'entrée F_{JK}

$$\begin{aligned} M_{23} = & \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{34} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_{O2O3}(-F_t \sin(\theta_3 - \theta_2 + \theta_{dg}) + F_n \cos(\theta_3 - \theta_2 + \theta_{dg})) + {}^4F_{Oy}^4 \cos \theta_4 \end{bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^3F_{Oy}^3 L_{O2G3} \cos \sigma_5 - {}^3F_{Ox}^3 L_{O2G3} \sin \sigma_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{O2}(\ddot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.28)$$

Le remplacement de F_{LK} et F_{PK} dans F_{JK} pour donner une expression fermée pour l'équation de moment de la liaison 3 :

$$M_{23} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ M_{34} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ L_{O2O3}(-F_t \sin(\theta_3 - \theta_2 + \theta_{dg}) + F_n \cos(\theta_3 - \theta_2 + \theta_{dg})) + {}^4F_{Oy}^4 \cos \theta_4 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned}
 & + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^3F_{O_y}^3 L_{O2G3} \cos \sigma_5 - {}^3F_{O_x}^3 L_{O2G3} \sin \sigma_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{O2}(\ddot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b^3 F_{JK} L_{O2L} \sin(\varepsilon_4 - \sigma_6) \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^3F_{JK} L_{O2J} \sin(\gamma_1 - \sigma_7) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^3F_{FI} L_{O2F} \sin(\gamma_2 - \sigma_8) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a^3 F_{JK} L_{O2O3} \sin(\varepsilon_5 + (\theta_3 - \theta_2)) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

4.3.3 Équation de mouvement pour la Flèche (liaison 2)

Après le même procédé et à partir de la figure Fig.4.2, nous avons :

$${}^2F_{12} = {}^2F_{23} + {}^2F_{FI} - {}^2F_0^2 \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned}
 M_{12} = M_{23} - ({}^2P_{O2} - {}^2P_{OG2}) \times {}^2F_{23} + ({}^2P_{O1} - {}^2P_{OG2}) \times {}^2F_{12} + M_0^2 \\
 - ({}^2P_{OI} - {}^2P_{OG2}) \times {}^2F_{FI} + ({}^2P_{OB} - {}^2P_{OG2}) \times {}^2F_{BE}
 \end{aligned} \quad (4.31)$$

On combine les équations (4.30) et (4.31), on obtient :

$$\begin{aligned}
 M_{12} = M_{23} - ({}^2P_{O2} - {}^2P_{OG2}) \times {}^2F_{23} + ({}^2P_{OG2} - {}^2P_{O1}) \times {}^2F_0^2 + M_0^2 \\
 = M_{23} - ({}^2P_{O1} - {}^2P_{OI}) \times {}^2F_{FI} + ({}^2P_{OB} - {}^2P_{OI}) \times {}^2F_{BE} - ({}^2P_{O2} - {}^2P_{O1}) \times {}^2F_{FI} + M_0^2
 \end{aligned} \quad (4.32)$$

Avec ${}^2F_{23} = {}^2F_{23} + {}^2F_{FI} = {}^2F_{45} - {}^2F_0^4 - {}^2F_0^3$. Le moment M_0^2 est déterminé par équation (4.7)

Chaque terme de l'équation (4.32) est calculé comme suit

$$\begin{aligned}
 & ({}^2P_{O2} - {}^2P_{O1}) \times {}^2F_{23} \\
 & = L_{O2O1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_t \sin(\theta_2 - \theta_{dg}) - F_n \cos(\theta_2 - \theta_{dg}) - F_{O_y}^4 \cos(\theta_3 + \theta_4) - F_{O_y}^3 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \\
 & ({}^2P_{OG2} - {}^2P_{O1}) \times {}^2F_0^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^2F_{O_y}^2 L_{O1G2} \cos \sigma_9 - {}^2F_{O_x}^2 L_{O1G2} \sin \sigma_9 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned}
 {}^2F_{FI} = R_2^3 ({}^3F_{FI}) & = \begin{bmatrix} \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & 0 \\ -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times [F_{FI} \cos \gamma_2, F_{FI} \sin \gamma_2, 0]^T \\
 & = \begin{bmatrix} F_{FI} \cos(\gamma_2 - \theta_3) \\ F_{FI} \sin(\gamma_2 - \theta_3) \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$({}^2P_{O_2} - {}^2P_{O_1}) \times {}^2F_{FI} = [L_{O1I} \cos \sigma_{10}, L_{O1I} \sin \sigma_{10}, 0] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{FI} L_{O1I} \sin(\gamma_2 - \theta_3 - \sigma_{10}) \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$({}^2P_{O_2} - {}^2P_{O_1}) \times {}^2F_{FI} = [L_{O2O1}, 0, 0]^T \times \begin{bmatrix} F_{FI} \cos(\gamma_2 - \theta_3) \\ F_{FI} \sin(\gamma_2 - \theta_3) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{FI} L_{O2O1} \sin(\gamma_2 - \theta_3) \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Par dénotation $\sigma_{11} = \widehat{BO_1O_2}$ alors

$$({}^2P_{OB} - {}^2P_{O1}) \times {}^2F_{BE} = [L_{O1B} \cos \sigma_{11}, L_{O1B} \sin \sigma_{11}, 0]^T \times {}^2F_{BE} \quad (4.37)$$

Si ρ est l'angle que BK fait avec le positif de l'axe x_2 , alors

$$\rho = \widehat{BEH'} - \theta_2 \quad (4.38)$$

$$= \tan^{-1} \left\{ \frac{(L_{AB} \sin(\theta_2 + \sigma_{11}) + L_{AH})}{(L_{AB} \cos(\theta_2 + \sigma_{11}) - L_{HE})} \right\} - \theta_2$$

$$\begin{aligned} ({}^2P_{OB} - {}^2P_{O1}) \times {}^2F_{BE} &= [L_{O1B} \cos \sigma_{11}, L_{O1B} \sin \sigma_{11}, 0]^T \times {}^2F_{BE} \\ &= [L_{O1B} \cos \sigma_{11}, L_{O1B} \sin \sigma_{11}, 0]^T \times [F_{BE} \cos \rho, F_{BE} \sin \rho, 0] \\ &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{BE} L_{O1B} \sin(\rho - \sigma_{11}) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Le moment M_{12} est donné comme suit :

$$\begin{aligned} M_{12} &= M_{23} - L_{O2O1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_t \sin(\theta_2 - \theta_{dg}) - F_n \cos(\theta_2 - \theta_{dg}) - F_{Oy}^4 \cos(\theta_3 + \theta_4) - F_{Oy}^3 \cos \theta_3 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ {}^2F_{Oy}^2 L_{O1G2} \cos \sigma_9 - {}^2F_{Ox}^2 L_{O1G2} \sin \sigma_9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{BE} L_{O1B} \sin(\rho - \sigma_{11}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_{FI} L_{O2O1} \sin(\gamma_2 - \theta_3) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.39)$$

4.4 Équation de mouvement Dynamique du bras manipulateur

Le modèle dynamique pour le mouvement d'un bras manipulateur d'une excavatrice est présenté par Koivo et al [20] comme suit :

$$D(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + B(\dot{\theta}) = \Gamma(\theta)F - F_{load}(F_t, F_n) \quad (4.40)$$

$\theta = \begin{bmatrix} \theta_2 & \theta_3 & \theta_4 \end{bmatrix}^T$ représente les angles de rotation des liaisons 2, 3, et 4. La matrice $\Gamma(\theta)$ est une fonction du moment de bras manipulateur, tandis que le vecteur $F = \begin{bmatrix} F_{BE} & F_{FI} & F_{JK} \end{bmatrix}$ indique la force des vérins hydrauliques qui produisent les couples agissant à chaque liaison. Le terme F_{load} est déterminé par F_n ; F_t est la force d'action sur le godet dû à l'interaction de sol-godet.

Le vecteur $G(\theta)$ décrit la force gravitationnel, $C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$ exprime les effets Coriolis et centripètes, $D(\theta)$ est le (pseudo) de matrice d'inertie, et $B(\dot{\theta})$ représente le frottement.

4.4.1 Le vecteur de rigidité

Le vecteur de rigidité pour notre mécanisme de façonnage est défini comme suite :

$$G(\theta) = [G_2 \quad G_3 \quad G_4]^T \quad (4.41)$$

Avec

$$G_2 = -m_4 g [L_2 c_2 + L_2 c_{23} + L_{O3G4} \cos(\theta_{234} + \sigma_4)] - m_3 g [L_2 c_2 + L_{O2G3} \cos(\theta_{23} + \sigma_5)]$$

$$m_2 g L_{O1G2} \cos(\theta_2 + \sigma_9)$$

$$G_3 = -m_4 g [L_3 c_{23} + L_{O3G4} \cos(\theta_{234} + \sigma_5)] - m_3 g L_{O2G3} \cos(\theta_{23} + \sigma_5)$$

$$G_4 = -m_4 g L_{O3G4} \cos(\theta_{234} + \sigma_5)$$

4.4.2 La matrice Coriolis

Les termes de la matrice Coriolis sont :

$$C(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\theta}_4 \end{pmatrix} \quad (4.42)$$

Avec

$$C_{22} = -2[d' + k \sin(\theta_{34} + \sigma_4)]\dot{\theta}_3 - 2[k \sin(\theta_{34} + \sigma_4) + n \sin(\theta_4 + \sigma_4)]\dot{\theta}_4$$

$$C_{23} = -[d' + k \sin(\theta_{34} + \sigma_4)]\dot{\theta}_3 - 2[k \sin(\theta_{34} + \sigma_4) + n \sin(\theta_4 + \sigma_4)]\dot{\theta}_4$$

$$C_{24} = -[k \sin(\theta_{34} + \sigma_4) + n \sin(\theta_4 + \sigma_4)]\dot{\theta}_4$$

$$C_{32} = [d' + k \sin(\theta_{34} + \sigma_4)]\dot{\theta}_3 - [n \sin(\theta_4 + \sigma_4)]\dot{\theta}_4$$

$$C_{33} = -[n \sin(\theta_4 + \sigma_4)]\dot{\theta}_4$$

$$C_{34} = -[n \sin(\theta_4 + \sigma_4)](\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4)$$

$$C_{42} = [k \sin(\theta_{34} + \sigma_4) + n \sin(\theta_4 + \sigma_4)]\dot{\theta}_2 + [n \sin(\theta_4 + \sigma_4)]\dot{\theta}_3$$

$$C_{43} = -[n \sin(\theta_4 + \sigma_4)](\dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3) \quad ;$$

$$d' = m_3 L_2 L_{O_2 G_3} \sin(\theta_3 + \sigma_5) + m_4 L_2 L_3 \sin \theta_3 \quad ; \quad k = m_4 L_2 L_{O_3 G_4} \quad ; \quad n = m_4 L_3 L_{O_3 G_4}$$

4.4.3 La matrice d'inertie

Les termes de la matrice d'inertie sont

$$D(\theta) = \begin{bmatrix} D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Avec :

$$D_{22} = a_1 + 2d + 2n \cos(\theta_4 + \sigma_4) + 2k \cos(\theta_{34} + \sigma_4)$$

$$D_{23} = D_{32} = a_2 + 2d + 2n \cos(\theta_4 + \sigma_4) + k \cos(\theta_{34} + \sigma_4)$$

$$D_{24} = D_{42} = c + n \cos(\theta_4 + \sigma_4) + k \cos(\theta_{34} + \sigma_4)$$

$$D_{33} = a_2 + 2n \cos(\theta_4 + \sigma_4) \quad ; \quad D_{34} = D_{43} = c + n \cos(\theta_4 + \sigma_4) \quad ; \quad D_{44} = c$$

Et

$$a_1 = a + b + c \quad ; \quad a_2 = b + c \quad ; \quad a = m_2 L_{O_1 G_2}^2 + I_{O_2} + (m_3 + m_4) L_2^2$$

$$b = m_2 L_{O_2 G_3}^2 + I_{O_3} + m_4 L_3^2 \quad ; \quad c = m_4 L_{O_3 G_4}^2 + I_{O_4} \quad ;$$

$$d = m_3 L_2 L_{O_2 G_3} \cos(\theta_3 + \sigma_5) + m_4 L_2 L_3 \cos \theta_3$$

Tel que, m_i, L_i sont respectivement la masse et la longueur de la liaison i . I_i est le moment d'inertie du second degré autour de l'axe de rotation à travers le centre de pesanteur ;

4.4.4 La matrice fonction du moment

$$\Gamma(\theta) = \begin{bmatrix} \Gamma_{22} & \Gamma_{23} & \Gamma_{23} \\ 0 & \Gamma_{33} & \Gamma_{34} \\ 0 & 0 & \Gamma_{44} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Les éléments de $\Gamma(\theta)$ sont définis comme:

$$\Gamma_{22} = L_{O1B} \sin(\rho - \theta_2 - \sigma_{11})$$

$$\Gamma_{23} = L_{O1B} \sin(\theta_3 + \sigma_{10} + \gamma_2) - L_2 \sin(\theta_3 + \gamma_2)$$

$$\Gamma_{24} = L_{O1O2} \sin(\theta_3 + \gamma_1) - L_{O1O2} \sin(\theta_3 + \varepsilon_4) \left[\frac{\sin \gamma_1 - \cos \gamma_1 \tan \varepsilon_4}{\sin(\theta_{23} - \varepsilon_5) - \cos(\theta_{23} - \varepsilon_5) \tan \varepsilon_4} \right] \\ - L_{O1O2} \sin(\gamma_2 - \varepsilon_5) \left[\frac{\sin \gamma_1 + \cos \gamma_1 \tan(\theta_{23} - \varepsilon_5)}{\sin \varepsilon_4 + \cos \varepsilon_4 \tan(\theta_{23} - \varepsilon_5)} \right]$$

$$\Gamma_{33} = L_{O1L} \sin(\sigma_8 - \gamma_2) - L_{CJ} \sin(\gamma_2 - \sigma_7) - L_{O2O3} \sin(\theta_{23} - \varepsilon_5) \left[\frac{\sin \gamma_1 + \cos \gamma_1 \tan(\theta_{23} - \varepsilon_5)}{\sin \varepsilon_4 + \cos \varepsilon_4 \tan(\theta_{23} - \varepsilon_5)} \right]$$

$$\Gamma_{34} = L_{O2J} \sin(\sigma_7 - \gamma_1) - L_3 \sin(\varepsilon_5 - \theta_{23}) \left[\frac{-\sin \gamma_1 + \cos \gamma_1 \tan \varepsilon_4}{\sin(\theta_{23} - \varepsilon_5) - \cos(\theta_{23} - \varepsilon_5) \tan \varepsilon_4} \right] \\ - L_{O2L} \sin(\varepsilon_4 - \sigma_6) \left[\frac{\sin \gamma_1 + \cos \gamma_1 \tan(\theta_{23} - \varepsilon_5)}{\sin \varepsilon_4 + \cos \varepsilon_4 \tan(\theta_{23} - \varepsilon_5)} \right]$$

$$\Gamma_{44} = L_{O3P} \sin(\varepsilon_5 - \angle PO_3 O_4 - \theta_{234}) \left[\frac{-\sin \gamma_1 + \cos \gamma_1 \tan \varepsilon_4}{\sin(\theta_{23} - \varepsilon_5) - \cos(\theta_{23} - \varepsilon_5) \tan \varepsilon_4} \right]$$

4.4.5 Le vecteur couple de chargement

Le couple de chargement est :

$$F_{load}(F_t, F_n) = \begin{bmatrix} a_2 \left[F_t \sin(\theta_2 - \theta_{dg}) - F_n \cos(\theta_2 - \theta_{dg}) \right] \\ a_3 \left[F_t \sin(\theta_2 - \theta_{dg}) - F_n \cos(\theta_2 - \theta_{dg}) \right] \\ a_4 \left[-F_t \sin \theta_b + F_n \cos \theta_b \right] \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Chapitre 5

MÉTHODES DE RÉOLUTION

5.1 Introduction

On présente dans ce chapitre les modèles d'analyse utilisés pour le calcul de la position des différentes articulations du bras manipulateur, ainsi que la méthode utilisée pour le calcul de la trajectoire parallélépipédique de la fosse. Les différents organigrammes ainsi que l'organigramme principale de calcul de la trajectoire de la fosse sont présentés dans ce chapitre.

Avant de présenter ces méthodes, il sera utile de faire une analyse sur l'opération de façonnage.

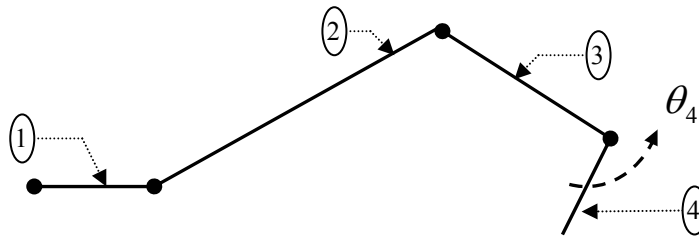
5.2 Analyse de l'opération de façonnage

L'opération d'excavation « façonnage » peut être assurée par les actions suivantes :

- a. action de rotation du godet c'est-à-dire la variation d'angle θ_4 et les autres angles $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ sont fixes.
- b. action de rotation du bras c'est-à-dire la variation d'angle θ_3 et les autres angles $\theta_1, \theta_2, \theta_4$ sont fixes.
- c. action de rotation de la flèche c'est-à-dire la variation d'angle θ_2 et les autres angles $\theta_1, \theta_3, \theta_4$ sont fixes.
- d. par action combinée du bras et du godet c'est-à-dire la variation des angles θ_3, θ_4 et les autres angles θ_1, θ_2 sont fixes.

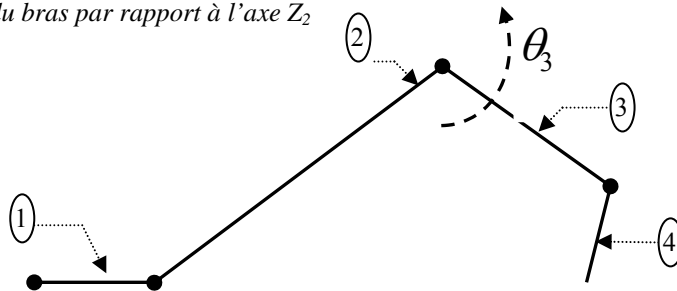
La rotation du bras et du godet sont utilisés pour l'excavation du sol, ainsi que la rotation combinée entre le godet et le bras. La rotation de la flèche et de la commande (cabine) sont utilisés pour le levage du mécanisme (godet, bras), ainsi que pour le déchargement du sol. La Fig.5.1 représente les modes de façonnage de sol.

a. rotation du godet par rapport à l'axe Z_3

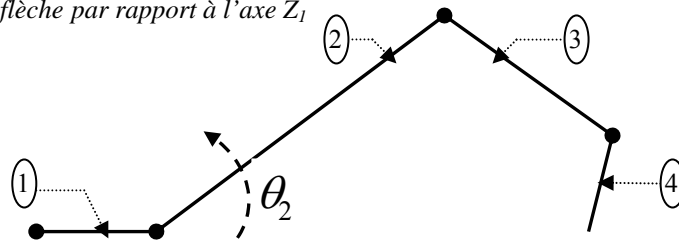


1 – la cabine
(Commande du mécanisme)
2 - la flèche
3 - le bras
4 – le godet

b. rotation du bras par rapport à l'axe Z_2



c. rotation de la flèche par rapport à l'axe Z_1



d. rotation de la cabine par rapport à l'axe Z_0

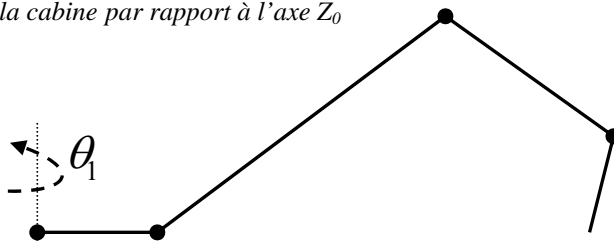


Fig.5.1 Les modes d'excavation du sol

Parmi tous les modes de façonnage, le cas le plus favorable de façonnage du sol est le remplissage du godet, ce mode s'obtient au cours du façonnage d'un sol sur une surface plane, cas on a la plus grande profondeur de pénétration de la lame du godet dans le sol.

5.3 Calcul des positions des articulations

Le modèle de calcul de la position des différentes articulations du bras manipulateur (mécanisme) est présenté dans l'étude cinématique, dont la formulation a été présentée en chapitre 3 et résolue à l'aide de la méthode de Denavit-Hartenberg.

5.3.1 Calcul du position de point 1

Le point 1, est le point d'articulation entre la commande du mécanisme (cabine) et le flèche. La position de ce point est donnée par :

$$Po_1 = A_0^1 Po_0 \quad \text{avec } Po_0 = [0, 0, 0, 1]^T \quad (5.1)$$

La substitution de l'équation (3.17) dans (5.1) donne

$$\begin{bmatrix} O_{1x} \\ O_{1y} \\ O_{1z} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & a_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & a_1 \sin \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

La position du point $O_1 \{X_1 Y_1 Z_1\}$ peut être calculée comme suite :

$$O_{1x} = a_1 \cos \theta_1 \quad (5.3)$$

$$O_{1y} = a_1 \sin \theta_1$$

$$O_{1z} = 0$$

5.3.2 Calcul du position de point 2

Le point 2, est le point d'articulation entre le flèche et le bras du mécanisme. La position de ce point est donnée par :

$$Po_2 = A_1^2 Po_1 = A_0^1 A_1^2 Po_0 \quad (5.4)$$

La substitution de l'équation (3.17) dans (5.4) donne

$$\begin{bmatrix} O_{2x} \\ O_{2y} \\ O_{2z} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & a_1 \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & a_1 \sin \theta_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & a_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & a_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

La position du point $O_2 \{X_2 Y_2 Z_2\}$ peut être calculée comme suite :

$$O_{2x} = \cos \theta_1 (a_2 \times \cos \theta_2 + a_1) \quad (5.6)$$

$$O_{2y} = \sin \theta_1 (a_2 \times \cos \theta_2 + a_1)$$

$$O_{2z} = a_2 \times \sin \theta_2$$

5.3.3 Calcul du position de point 3

Le point 3, est le point d'articulation entre le bras et le godet du mécanisme. La position de ce point est donnée par :

$$P_{O_3} = A_2^3 P_{O_2} = A_1^2 A_2^3 P_{O_1} = A_0^1 A_1^2 A_2^3 P_{O_0} \quad (5.7)$$

De la même façon, la substitution de l'équation (3.17) dans (5.7), la position du point $O_3 \{X_3, Y_3, Z_3\}$ peut être calculée comme suite :

$$O_{3x} = \cos \theta_1 (a_3 \times \cos(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \times \cos \theta_2 + a_1) \quad (5.8)$$

$$O_{3y} = \sin \theta_1 (a_3 \times \cos(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \times \cos \theta_2 + a_1)$$

$$O_{3z} = a_3 \times \sin(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \times \sin \theta_2$$

5.3.4 Calcul du position de point 4

Le point 4 est l'extrémité du godet, La position de ce point est donné par l'équation (3.27):

$$O_{4x} = \cos \theta_1 (a_4 \times \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + a_3 \times \cos(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \times \cos \theta_2 + a_1) \quad (5.9)$$

$$O_{4y} = \sin \theta_1 (a_4 \times \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + a_3 \times \cos(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \times \cos \theta_2 + a_1)$$

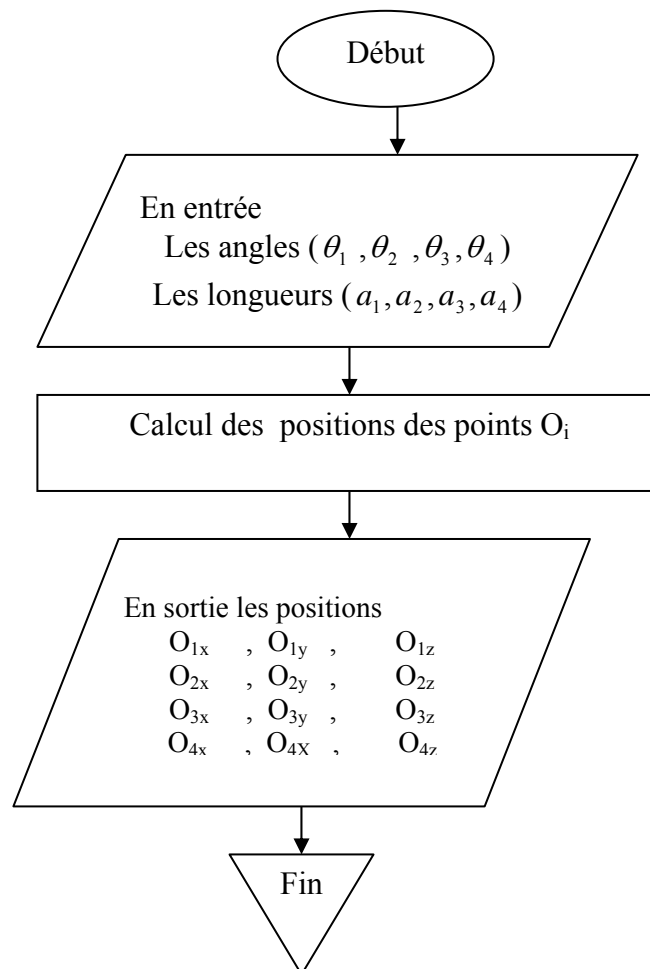
$$O_{4z} = a_4 \times \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) + a_3 \times \sin(\theta_2 + \theta_3) + a_2 \times \sin \theta_2$$

5.4 Méthode de résolution

La méthode de résolution est définie à partir des modèles cinématiques du mécanisme de façonnage, bras manipulateur, seront présentés comme un robot manipulateur avec quatre (4) degrés de liberté. Le modèle cinématique se décompose en deux modèles direct et inversée

5.4.1 Algorithme de la modélisation cinématique directe

Le but de l'analyse cinématique directe est de déterminer les positions de différentes articulations du bras manipulateur, selon les trois axes X, Y et Z, la position est donnée par les équations (5.3, 5.6, 5.8, 5.9). L'analyse est faite pour n'importe quels angles de rotation de la cabine θ_1 , de la flèche θ_2 , du bras θ_3 , et du godet θ_4 . Cela est donné par l'organigramme suivant :

Fig.5.2 Organigramme de calcul de la position du point O_i

Avec :

(O_{1x}, O_{1y}, O_{1z}) : les coordonnées du point O_1 , selon les axes X, Y, Z

(O_{2x}, O_{2y}, O_{2z}) : les coordonnées du point O_2 .

(O_{3x}, O_{3y}, O_{3z}) : les coordonnées du point O_3 .

(O_{4x}, O_{4y}, O_{4z}) : les coordonnées du point O_4 .

5.4.2 Algorithme de la modélisation cinématique inversée

Le but de l'analyse cinématique inversée est de déterminer les angles de rotation des différentes liaisons du bras manipulateur, à partir d'un point de référence D. Dans ce cas on suppose que les coordonnées du point $O_3 \equiv D$ sont données dans le système des coordonnées bas $P_{O_3} = [O_{x3} \ O_{y3} \ O_{z3}]^T$ et on calcule les valeurs des angles de rotation $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$, ces angles sont donnés respectivement par les équation (3.32, 3.35, 3.36, 3.37) dans le chapitre 3. Comme il est expliqué par l'organigramme suivant :

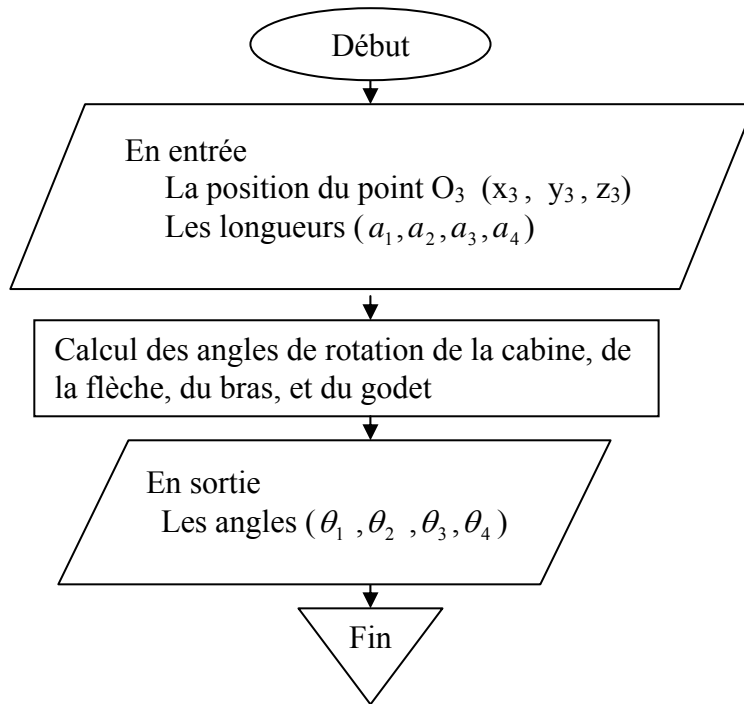


Fig.5.3 Organigramme de calcul des angles de rotation

Après le calcul des angles de rotation des liaisons du mécanisme, on peut calculer les positions des points (O₁ , O₂ ,O₃ ,O₄). Cela est donné par l'organigramme de la figure Fig.5.4.

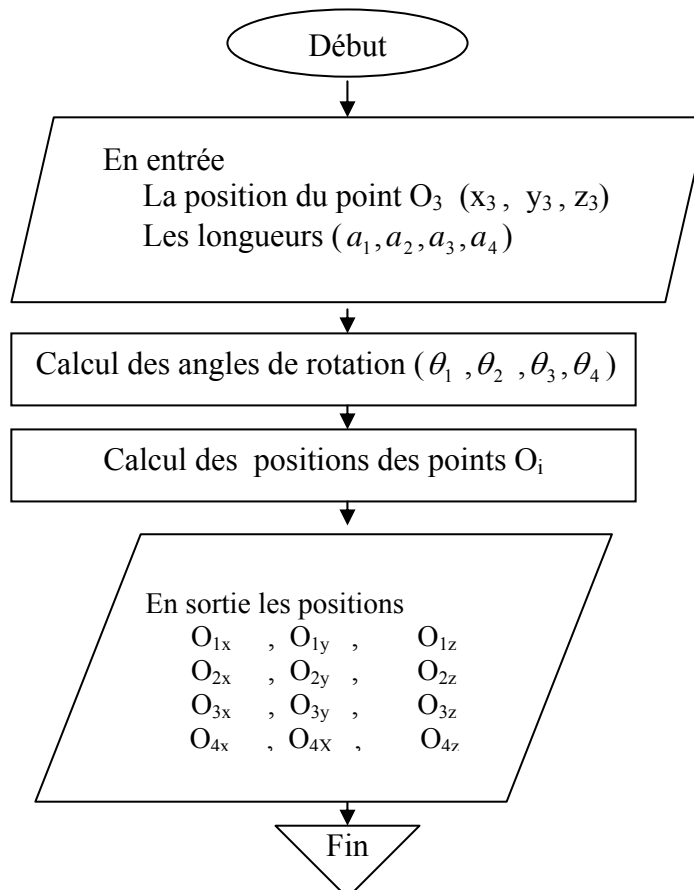


Fig.5.4 Organigramme de calcul des angles et des positionnements du mécanisme

5.5 Analyse de l'opération de façonnage

La procédure de façonnage joue un rôle essentiel pour réaliser notre objectif. L'opération de façonnage automatique peut employer un modèle qu'un pas d'excavation est composée de quatre étapes de base, comme représenté sur la figure (Fig.5.5). D'abord, la lame du godet est abaissée jusqu'à ce que le contact soit fait avec le sol. Alors que dans l'étape *Prés-Excaver* que le godet est rapidement courbé à un angle favorable pour excaver. L'étape *d'excavation* est responsable d'exercer une force sur le godet de telle manière qu'il soit rempli. La dernière étape est le *déplacement et le déchargement* du sol.

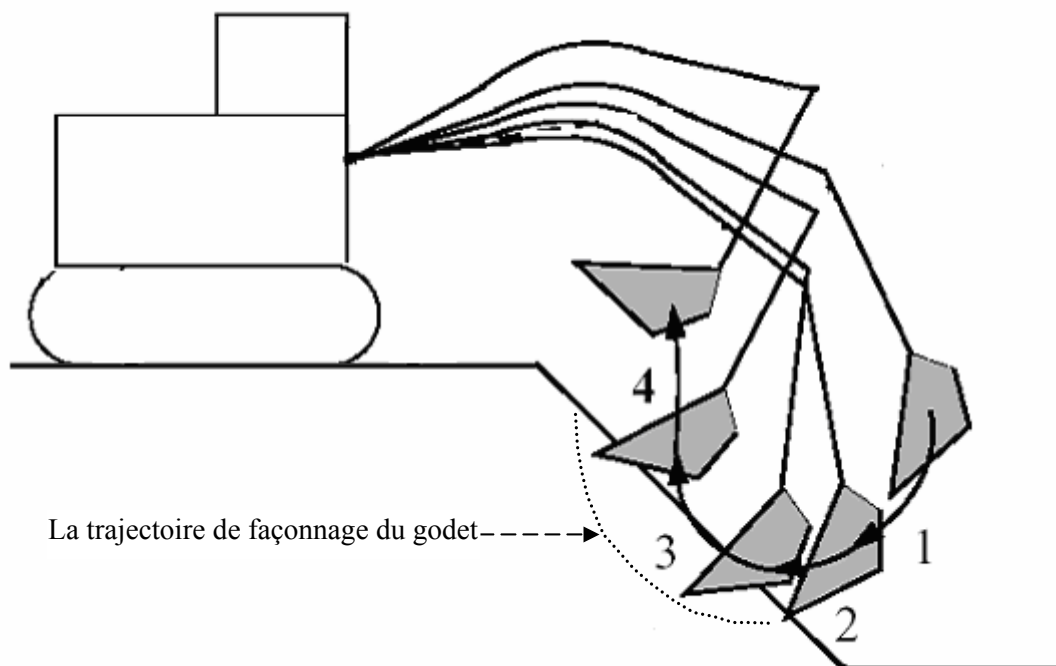


Fig.5.5 Procédure d'excavation automatique d'une fondation.

- 1) *bras vers le bas* - la perche est abaissée jusqu'à ce que le contact soit fait avec la terre.
- 2) *Pré-Excaver* - le godet est rapidement courbé pour près à pénétrer le sol.
- 3) *Excavation* - pénétration du sol et le godet est rempli.
- 4) *Déchargement* - le levage du mécanisme et le déchargement du sol.

En général, les angles de rotation des liaisons du bas manipulateur sont employés pour déterminer les différentes étapes de procédure de façonnage.

Le mode de façonnage dans le Fig.5.5 est combinée, c'est-à-dire l'étape1 est obtenue par rotation du flèche et du bras, l'étape 2 est obtenue par rotation du godet, l'étape3 est obtenue par rotation du bras est du godet, enfin l'étape4 est obtenue par rotation du flèche, bras, godet.

Notre application est conçue pour le façonnage automatique d'une fondation de longueur, largeur, et profondeur déterminé. Pour assurer la forme parallélépipédique de la fondation, on a utilisé la cinématique directe et la cinématique inversée, pour calculer les positions des différentes articulations du bras manipulateur on a utilisé la cinématique directe. La cinématique inversée a été utiliser pour positionner le mécanisme en coordonnées bases « point O_3 ». L'angle que le godet forme avec la surface du sol joue un rôle fondamental pour garantir la forme parallélépipédique de la fondation. La figure (Fig.5.6) représente les différents angles de rotation utilisée.

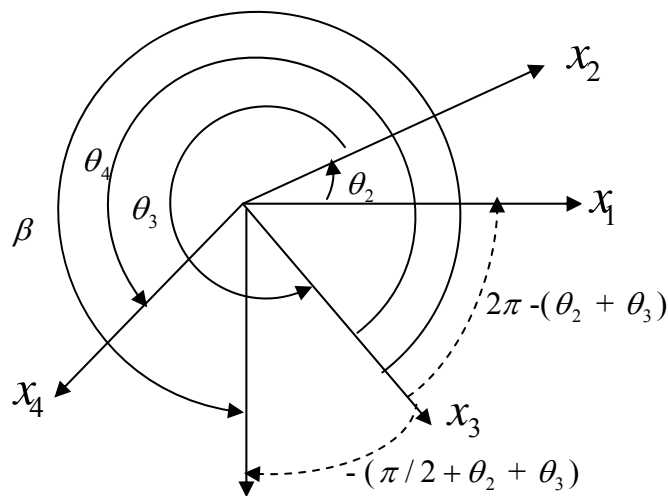


Fig.5.6 Les angles de rotation des liaisons du bras manipulateur

A partir de la Fig.5.6 on peut déduire que les opérations effectuées sur β donnent les mêmes résultats que les opérations effectuées sur $-(\pi/2 + \theta_2 + \theta_3)$

5.6 Algorithme de façonnage automatique de fondation parallélépipédique

La trajectoire de façonnage de fondation est donnée par le positionnement du point O_4 c'est-à-dire l'extrémité du godet. L'angle de rotation du godet a un rôle essentiel dans notre application, en première étape nous avons supposé que l'angle d'entrée de façonnage de la fosse forme avec le sol un angle de $(\pi/2)$, à partir de la Fig.5.6 on peut déduire que pour atteindre cette valeur, que $\theta_4 = \beta$. Dans les autres étapes l'angle d'entrée du godet est $\theta_4 = -(3\pi/4 + \theta_2 + \theta_3)$. Toutes ces étapes sont représentées en détail par l'organigramme général de façonnage automatique de la fondation parallélépipédique

Voici maintenant l'organigramme détaillé :

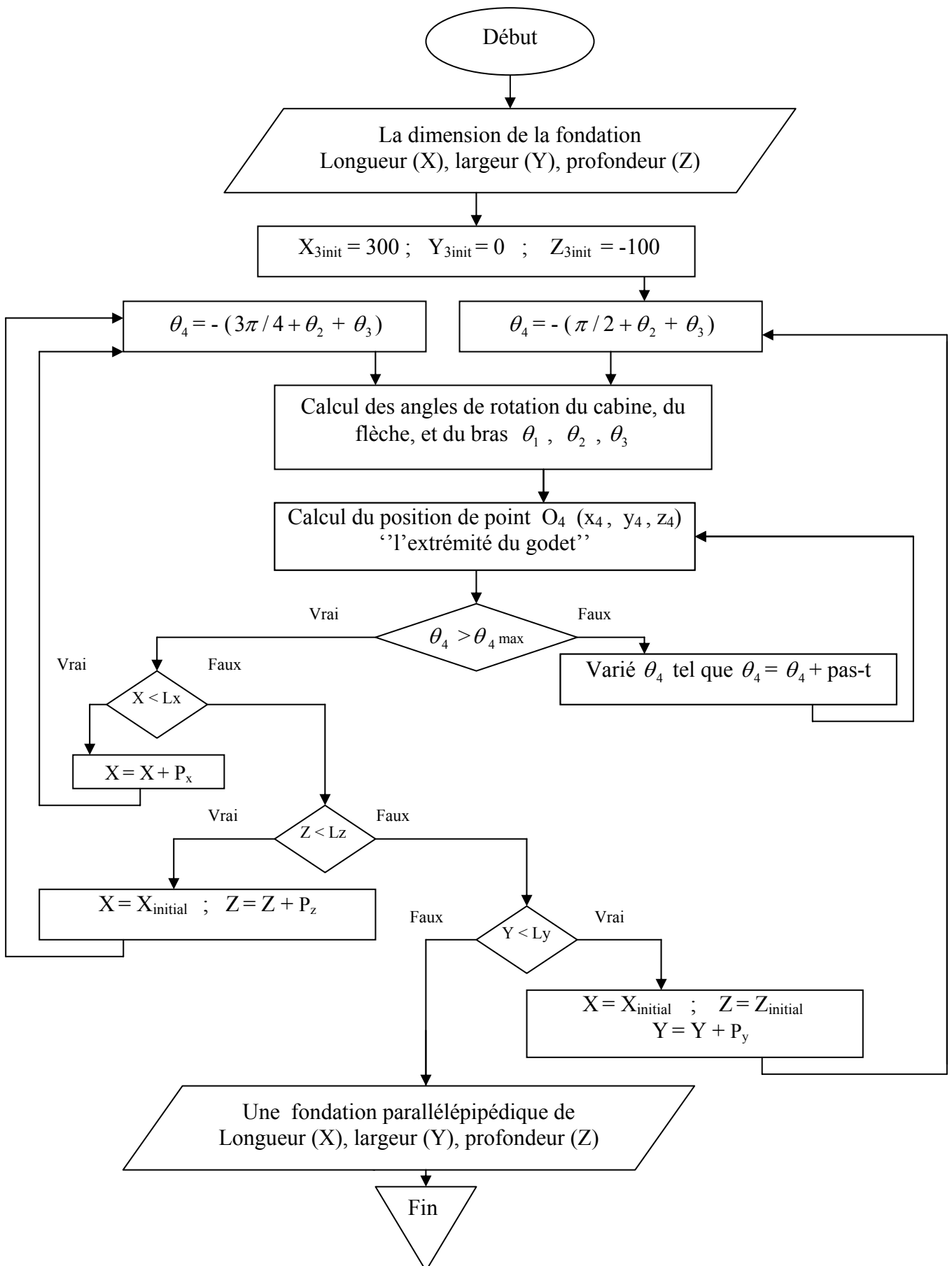


Fig.5.7 Organigramme de résolution de la fondation

Chapitre 6

SIMULATION & RÉSULTATS

6.1 Introduction

L'objectif de notre étude est la simulation du mouvement (cinématique, dynamique) d'un mécanisme de façonnage c'est-à-dire du bras manipulateur d'une excavatrice, dans lequel on offre une approche basée sur la simulation pour le façonnage automatique d'une fondation parallélépipédique. Dans notre application on a supposé que le sol a une surface plane, et le type du sol est terre.

Pour atteindre cet objectif on a utilisé le langage JBuilder « JAVA » pour décrire le mouvement du mécanisme, et pour déterminer les positions des différentes articulations du mécanisme, ainsi qu'une simulation du bras manipulateur d'engin d'excavation avec la supposition que l'angle de rotation de la commande de la machine est constante. Puis on a utilisé le Matlab pour présenter les trajectoires des différentes liaisons du mécanisme (godet, bras, flèche). On a utilisé le langage Fortran pour présenter la simulation de façonnage automatique de la fondation parallélépipédique. Application générale a été écrit en langage JAVA, il joue un rôle de coordination entre ces sous applications.

Donc notre travail consiste à la mise en oeuvre d'un système « code de calcul » capable de la simulation en trois dimensions « 3D » d'un mécanisme de façonnage automatique d'une fondation parallélépipédique. Notre étude est basée essentiellement sur la détermination de la *trajectoire de façonnage de la fondation parallélépipédique*.

6.2 Trajectoire et modèle de simulation

La modélisation de mouvement du mécanisme a pour objet la constitution d'un outil de calcul permettant de valider ou de vérifier par le calcul les performances mécaniques d'un système, c'est-à-dire, les positions et les orientations des points d'articulation qui construisent le mécanisme (bras manipulateur). La simulation cinématique donne une représentation simplifiée permettant une meilleure compréhension du fonctionnement du mécanisme (aspect cinématique), la Fig.6.1 donne une simulation du bras manipulateur utiliser pour le façonnage automatique de la fondation.

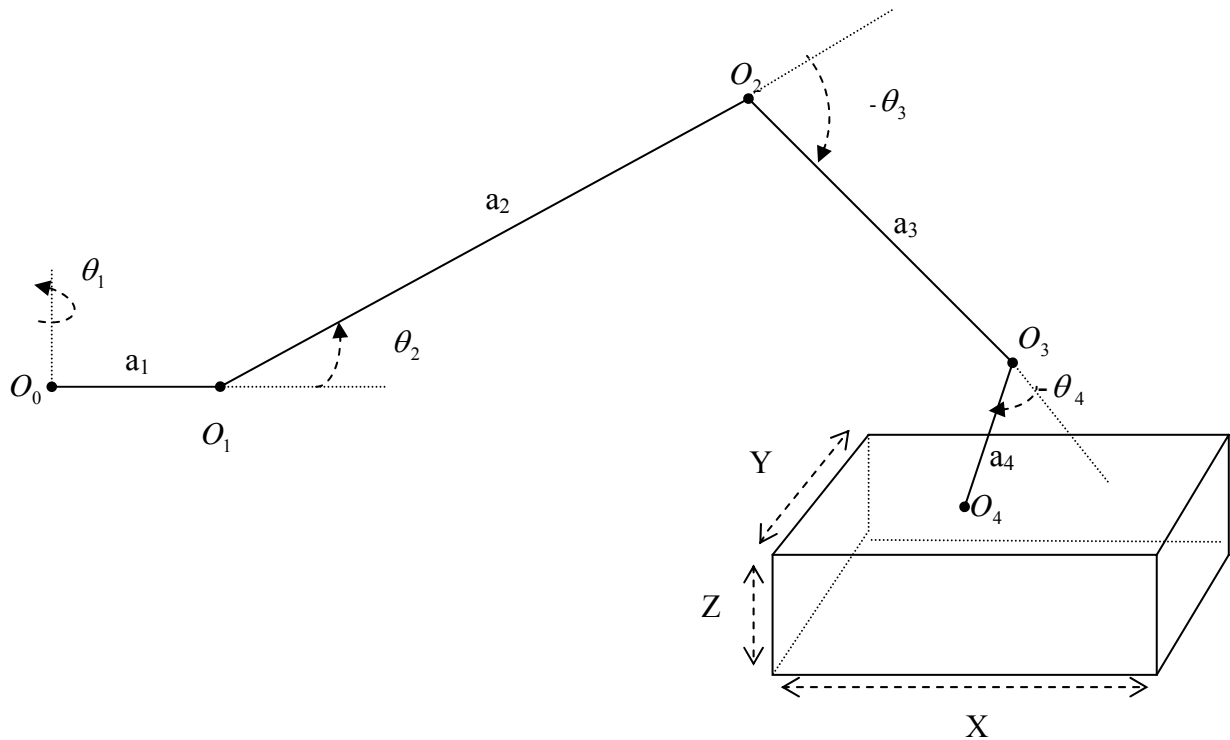


Fig.6.1 Paramètres de simulation

Avec :

X : longueur de la fondation.

Y : largeur de la fondation.

Z : profondeur de la fondation.

6.3 La simulation cinématique du mécanisme

Les modèles cinématiques du mécanisme de façonnage seront présentés comme un robot manipulateur avec quatre (4) degrés de liberté. Le modèle cinématique se décompose en deux modèles direct et inversée

Les équations des cinématiques directes sont employées pour déterminer les positions des points d'articulation en fonction des angles de rotation et l'orientation des liaisons du bras manipulateur.

Les équations des cinématiques inversées sont employées pour déterminer les angles de rotation des liaisons du bras manipulateur en fonction d'un point de référence, dans notre application le point de référence est le point $O_3 \equiv D$.

6.3.1 Modélisation cinématique directe

Sachant qu'un bras manipulateur est un mécanisme composé par des points d'articulation liés avec des liaisons, dans le but d'engendrer un effet souhaité (excavation), la modélisation cinématique a pour objectif de modéliser cette organisation.

Le schéma cinématique a deux fonctions principales en mécanique:

- aide à la conception on donne le principe cinématique de fonctionnement.
- aide à la compréhension du dispositif existant.

Notre application permet de calculer la position de tous les points d'articulation du bras manipulateur, on rappelle que : le point O_1 la liaison entre la cabine et la flèche, le point O_2 la liaison entre la flèche et le bras, le point O_3 la liaison entre le bras et le godet, comme il est expliqué dans la Fig.6.2. Donc on peut calculer toutes les positions des points essentiels du mécanisme de façonnage, à partir des équations (5.3, 5.6, 5.8, 5.9) et l'organigramme de la Fig.5.2.

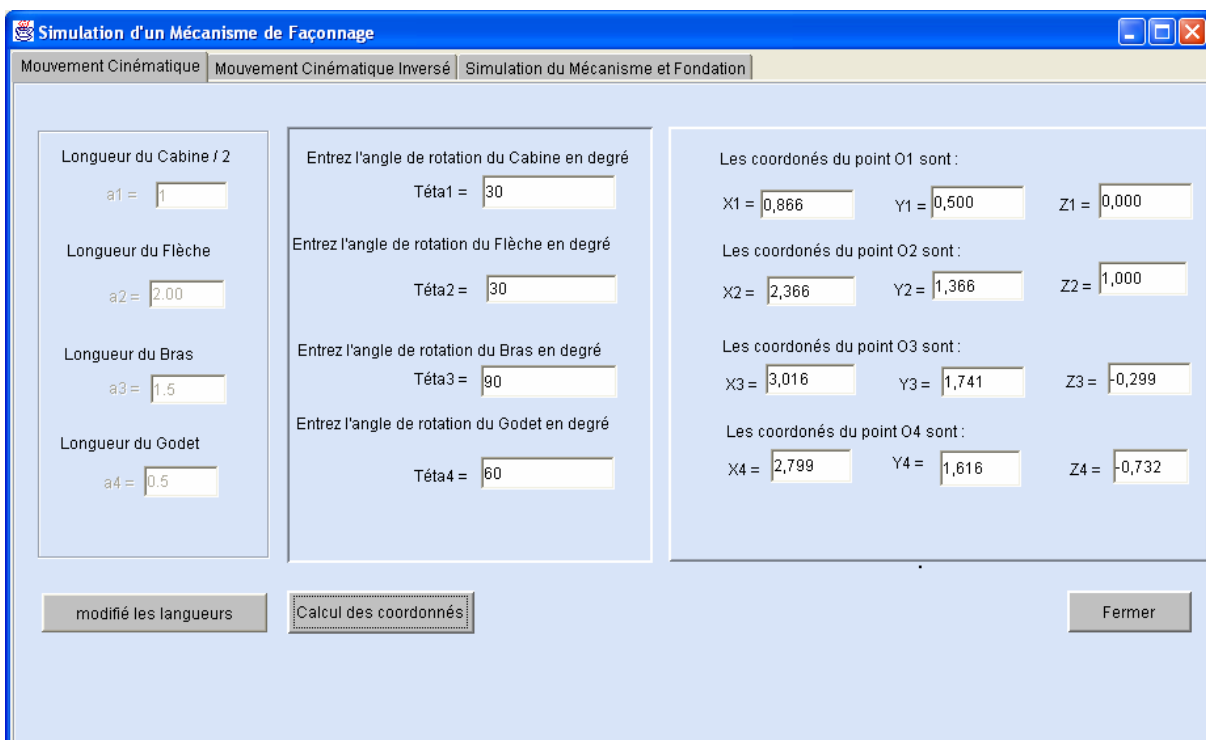


Fig.6.2 Interface du programme de la cinématique directe

6.3.2 Modélisation cinématique inversée

Le calcul des angles de rotation des liaisons du mécanisme ($\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$) en fonction de la position du point de référence O_3 est donné par les équations (3.32, 3.35, 3.36, 3.37) et l'organigramme de la Fig.5.3. L'application est donnée par la Fig.6.3.

Fig.6.3 Interface du programme de la cinématique inversée

Après le calcul des angles de rotation des liaisons du mécanisme, on peut aussi calculer les positions des points (O_1 , O_2 , O_3 , O_4), comme il est expliqué par l'organigramme de la Fig.5.5, et donner par la Fig.6.4.

Fig.6.4 Interface du programme de la cinématique directe et inversée

6.3.3 La Simulation du Mécanisme

À partir des études précédentes on peut aussi simuler de bras manipulateur d'engin d'excavation, c'est-à-dire, on donne l'angle de rotation de chaque liaison du mécanisme (flèche, bras, godet), et on détermine la position de point de liaison du mécanisme en fonction de ces angles. L'application1 est donnée par la Fig.6.5.

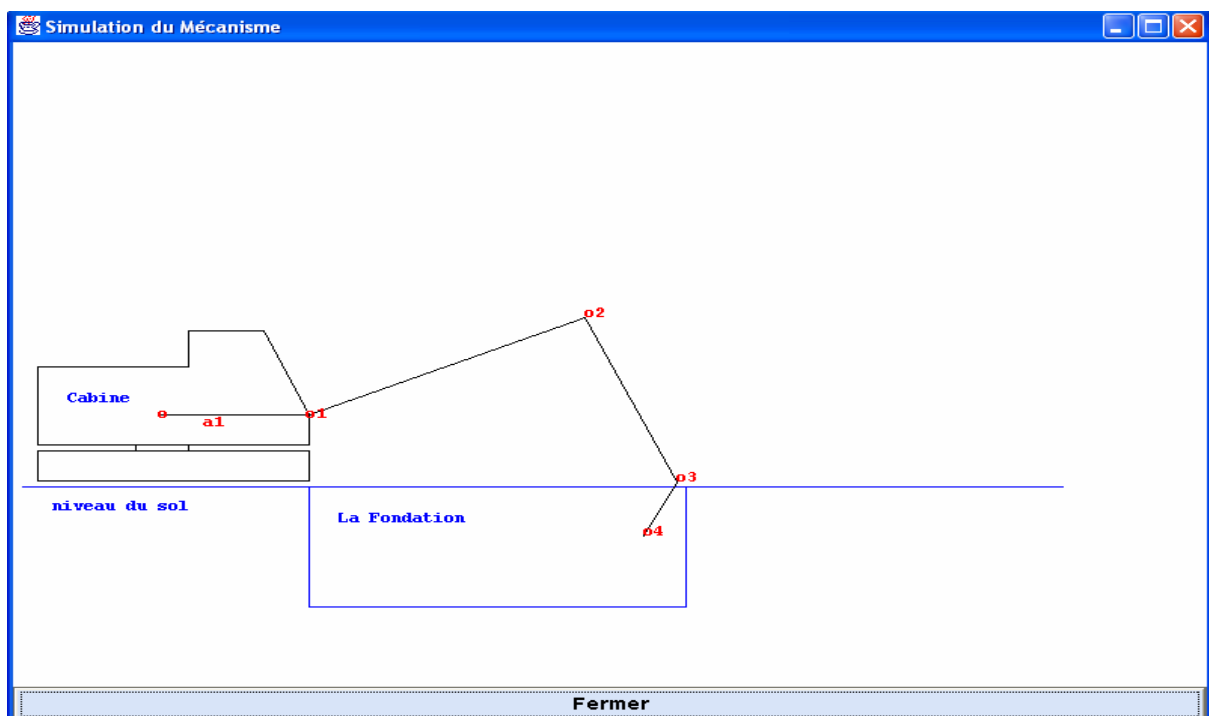
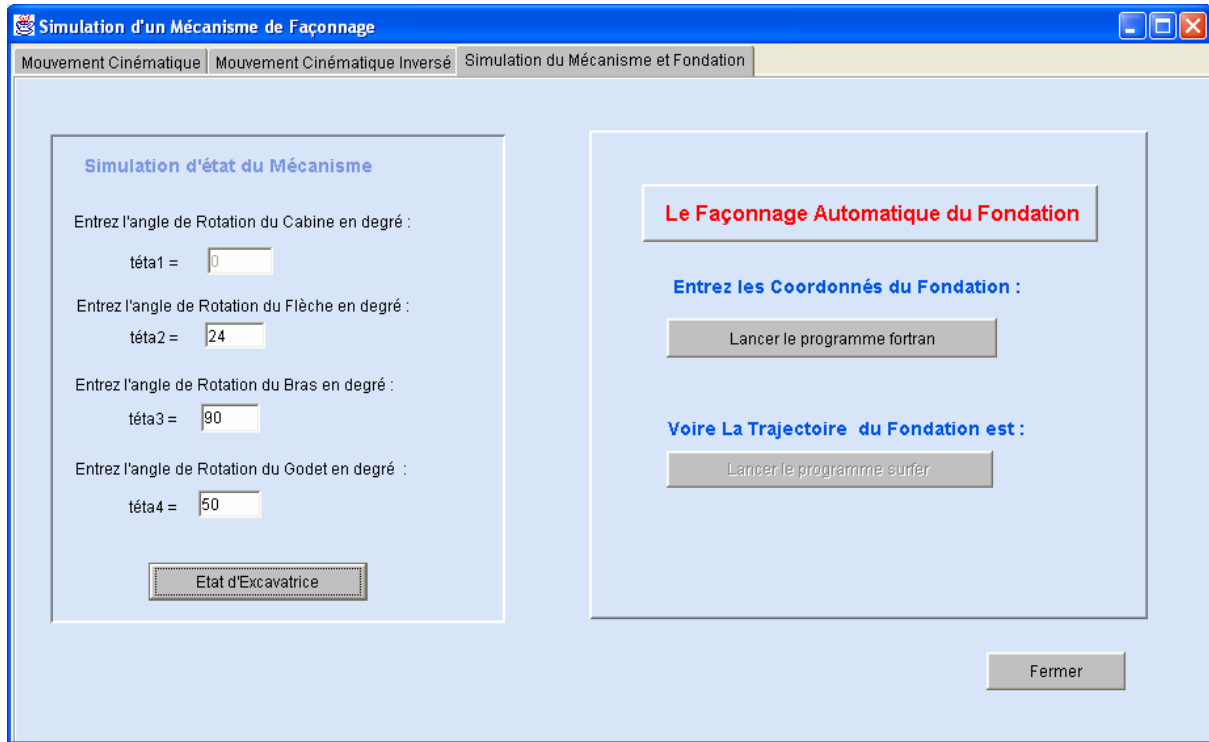


Fig.6.5 Simulation du bras manipulateur en état d'excavation

L'application2 donne le bras manipulateur en état de déchargement du sol excaver. Comme il est expliqué par la Fig.6.6

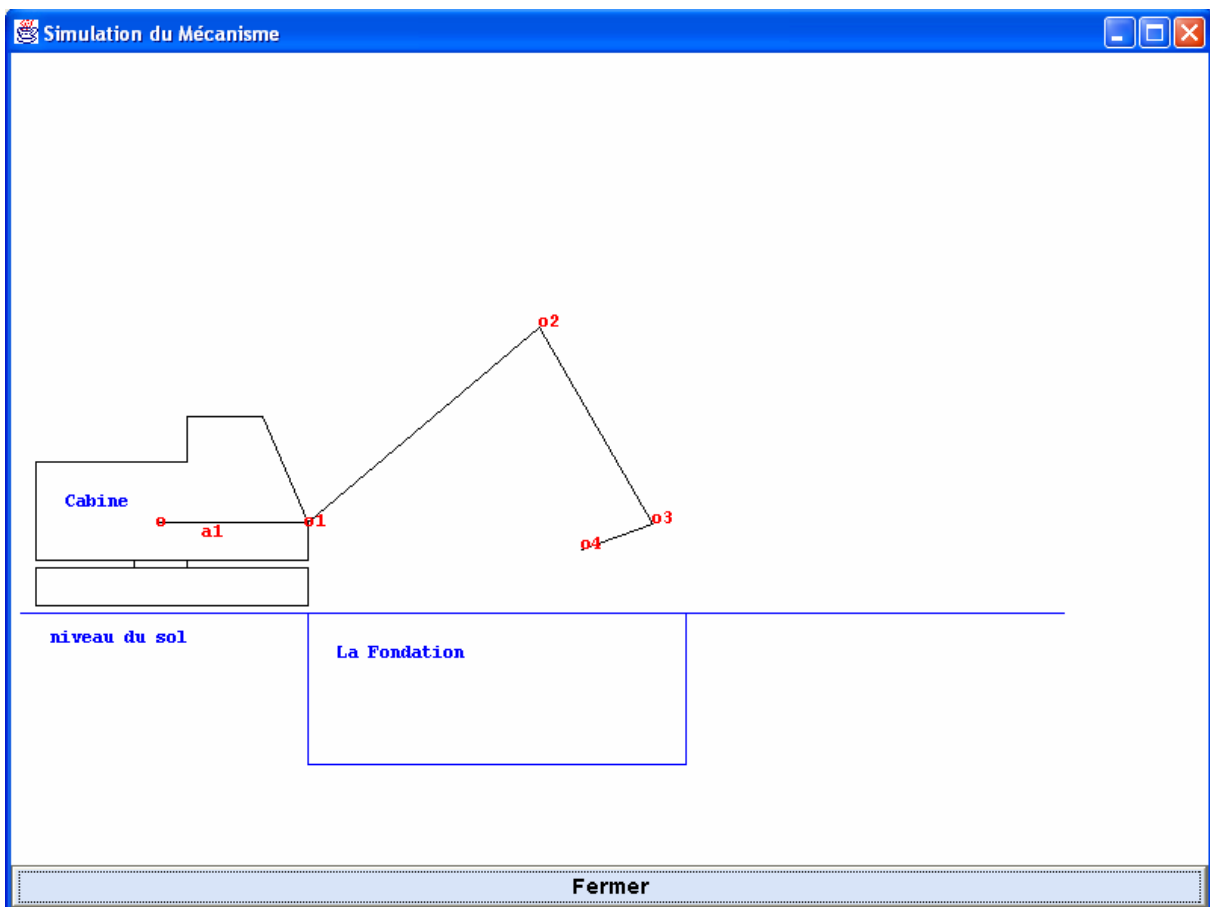
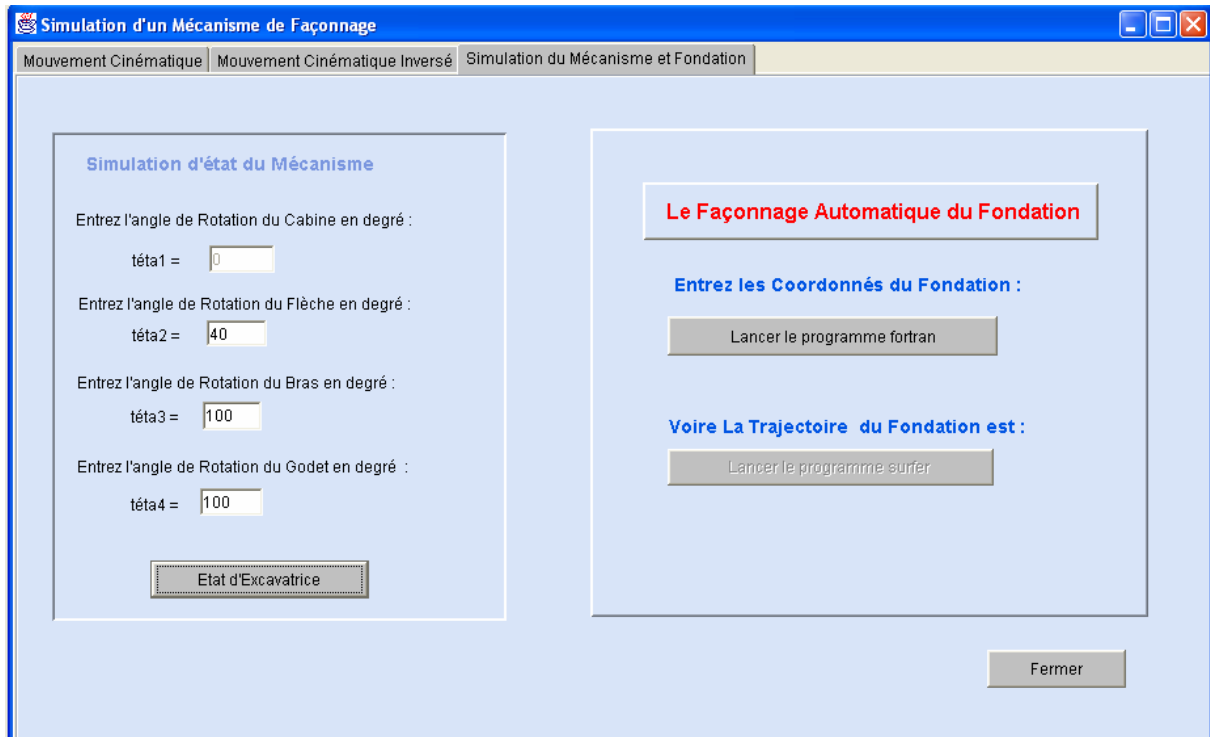


Fig.6.6 Simulation du bras manipulateur en état de déchargement du sol excavé

6.4 Modélisation de l'opération de façonnage

La modélisation de l'opération de façonnage est la simulation des trajectoires des liaisons du bras manipulateur. Le godet et le bras jouent un rôle fondamental dans le façonnage automatique des fondations. Sur lequel on se base pour la modélisation d'un système de façonnage automatique.

Voici maintenant une simulation des liaisons du mécanisme (bras, godet). La simulation de l'extrémité du godet joue un rôle fondamental dans notre sujet, car le godet est outil de façonnage, c'est-à-dire la trajectoire de l'extrémité du godet entre dans le cadre de tassement de la fosse parallélépipédique. Les trajectoires sont obtenues par le Matlab.

Pour une position du point O_3 ($X_3 = 2.5$ m, $Y_3 = 0$ m, $Z_3 = -1$ m), et en variant l'angle de rotation du godet θ_4 de $-(\theta_2 + \theta_3)$ à $-(\pi + \theta_2 + \theta_3)$ la trajectoire du godet par rapport au niveau du sol est donné par la Fig.6.7 (passe d'excavation)

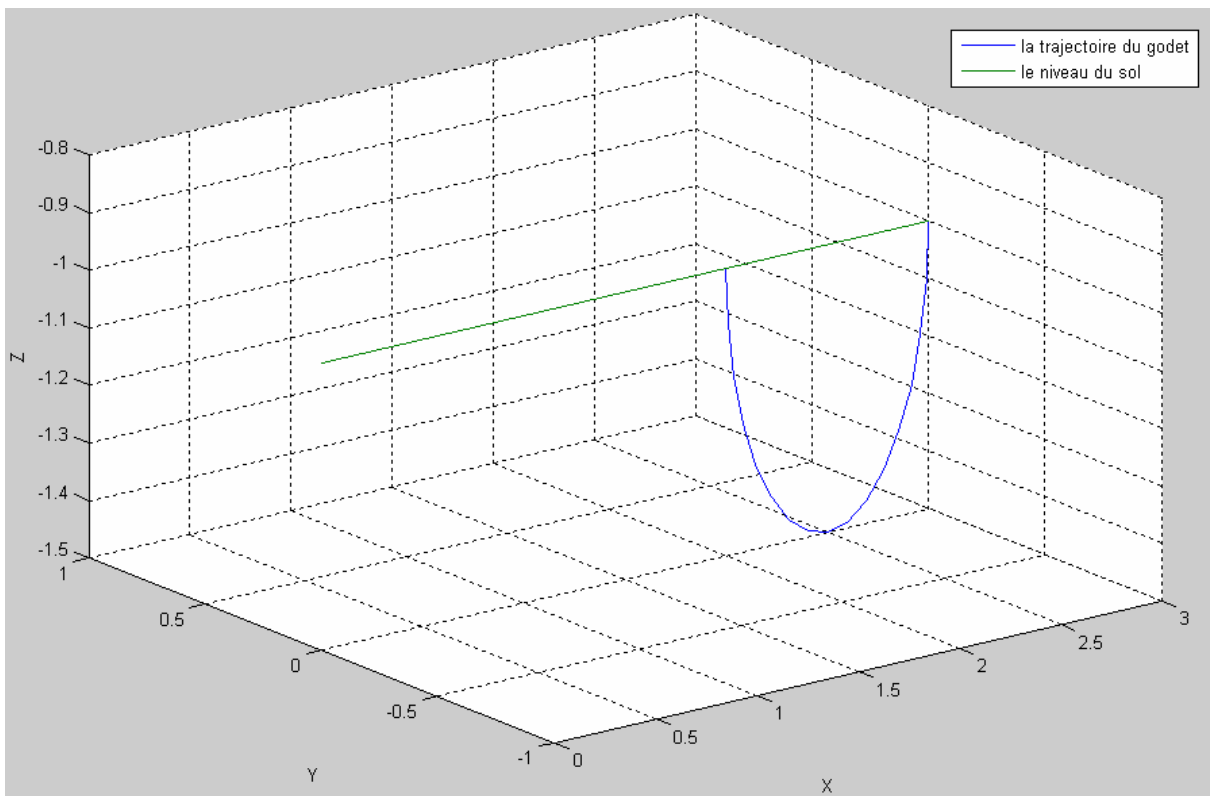


Fig.6.7 Simulation de l'extrémité du godet par rapport au niveau du sol

Pour une position de point de référence, point O_3 ($X_3= 4.5$, $Y_3=0$, $Z_3= -1$), la variation d'angle θ_3 de 0 à π la trajectoire de l'extrémité du bras est :

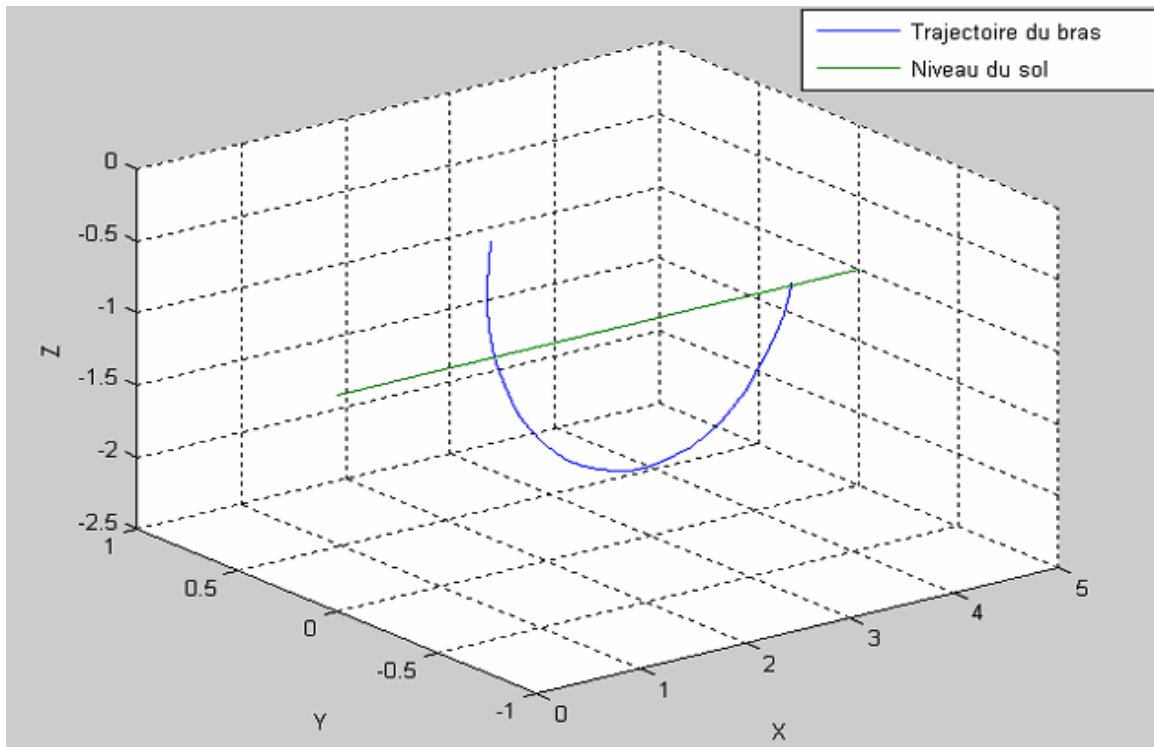


Fig.6.8 Simulation de l'extrémité du bras

Pour une position de point de référence, O_3 ($X_3= 4.5$, $Y_3=0$, $Z_3= -1$), la variation d'angle θ_3 de 0 à π la trajectoire de l'extrémité du godet est :

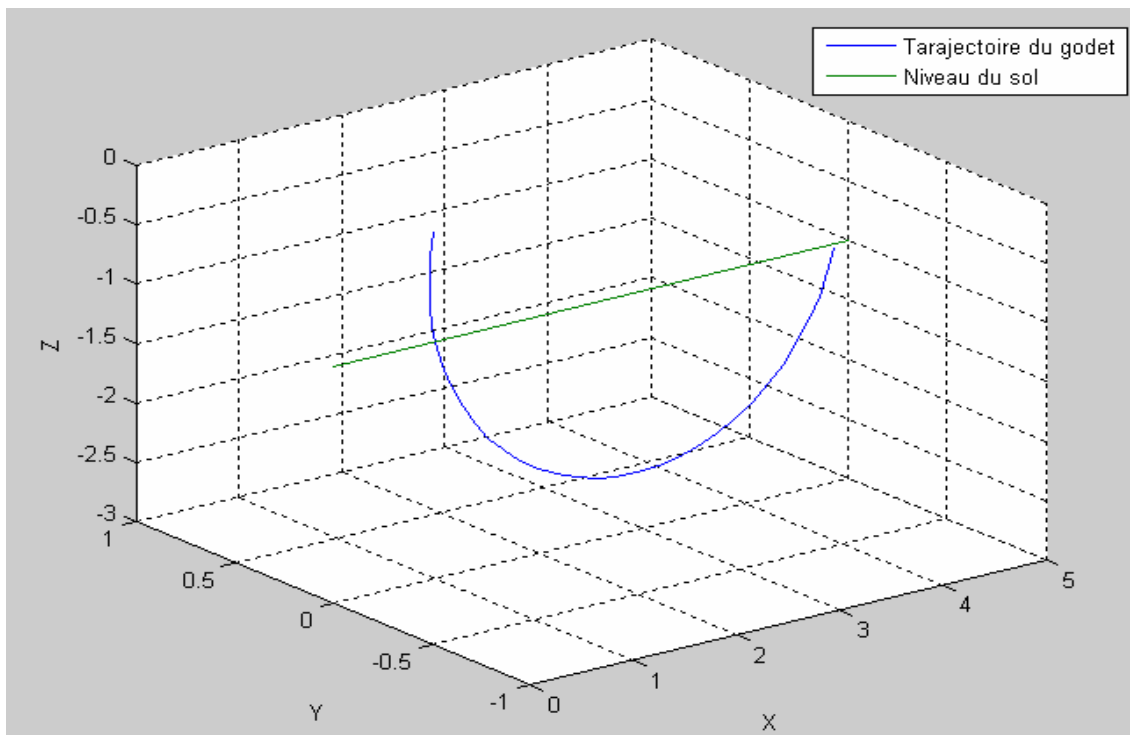


Fig.6.9 Simulation de l'extrémité du godet

6.5 Modélisation de façonnage automatique de fondation parallélépipédique

Le but principal de notre étude est d'excaver (façonner) une fondation parallélépipédique. Pour réaliser ce but on a utilisé la modélisation cinématique directe et la modélisation inversée en même temps. La trajectoire de façonnage de fondation est la trajectoire du point O_4 , c'est-à-dire l'extrémité du godet. On a utilisé la cinématique inversée pour calculer les angles de rotation des liaisons du bras manipulateur à partir d'un point de référence « point O_3 ». On a utilisé la cinématique directe pour déterminer la position de chaque articulation du mécanisme, ainsi que pour déterminer la trajectoire du point O_4 .

Pour réaliser ce but on a utilisé le langage fortran pour calculer les coordonnées de fondation l'organigramme de ce programme est donné par la Fig.5.7 dans lequel on a subdivisé la fondation en volume où chaque volume représente un pas de façonnage, donc le façonnage se fait d'une manière automatique. Après le calcul on a utilisé le surfer pour percevoir la trajectoire de la fosse parallélépipédique, et on a utilisé aussi un programme en java comme un coordinateur de ces programmes, ce programme est donné par la Fig.6.10.

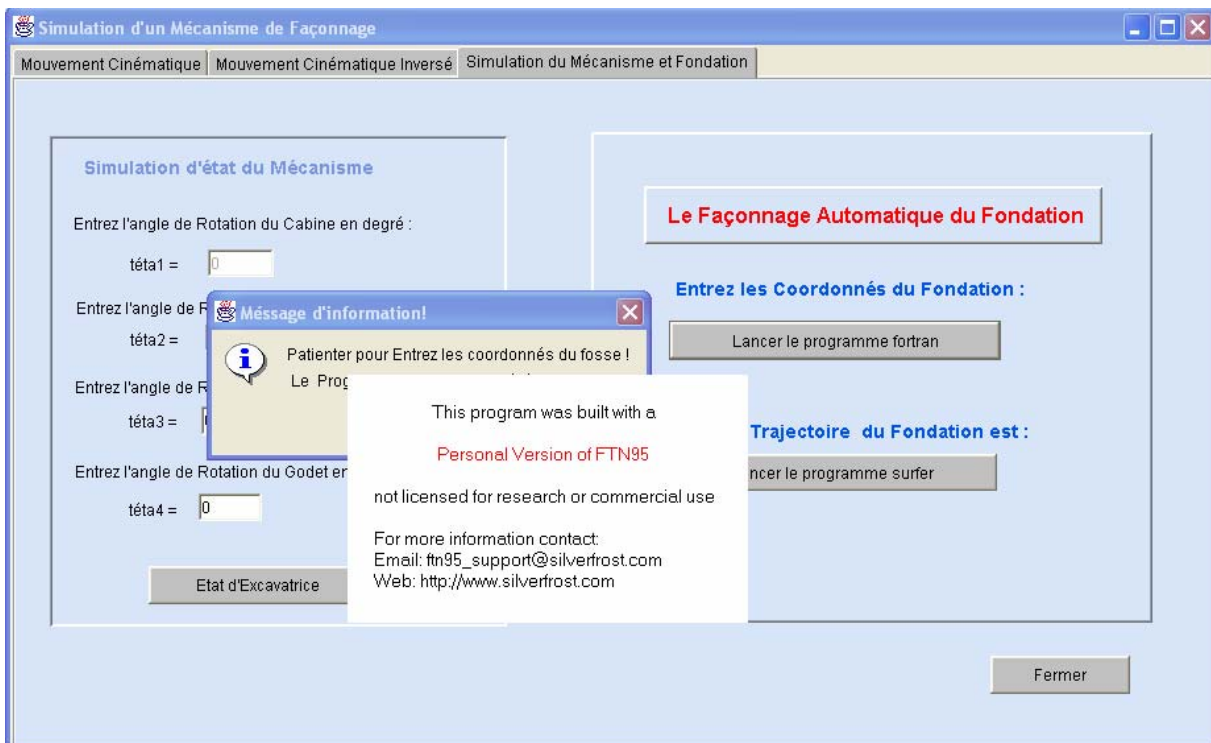


Fig.6.10 l'interface du programme de façonnage automatique de la fosse parallélépipédique

Si on clique sur le bouton « lancer le programme fortran » une fenêtre s'affiche, qui a en entrée les dimensions de fondation en centimètre, et en sortie les coordonnées de la fosse

parallélépipédique, tel que on a supposé auparavant que le rayon du godet est de 50 cm c'est-à-dire 0.5 m, et la hauteur d'engin par rapport au sol est de 100 cm. , sachant que dans notre application il existe quatre pas (rotation du godet, selon l'axe X, selon l'axe Z, selon l'axe Y).

L'application de l'organigramme de la Fig.5.7 est donnée sous forme d'un programme écrit en langage fortran, après l'exécution du programme les données sont enregistrées dans un fichier, la lecture de ces données est ensuite ouverte par le surfer, dans lequel on voit la trajectoire de la fondation parallélépipédique. Voici maintenant quelques résultats d'exécution du programme :

a- Application 1

Pour une fondation parallélépipédique de dimension suivante :

- Longueur = 100 cm
- Largeur = 100 cm
- Profondeur = 100 cm

La trajectoire de la fondation est donnée par la Fig.6.11

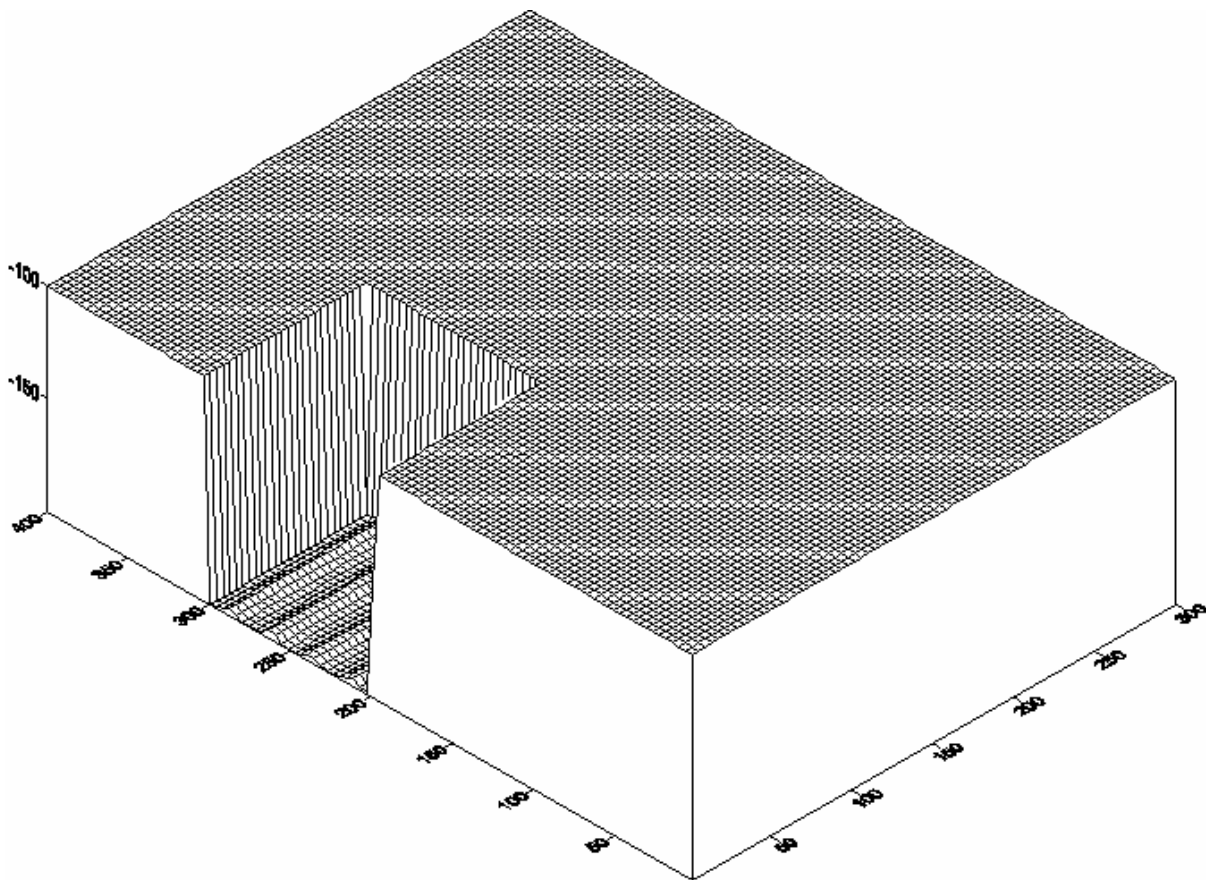


Fig.6.11 Fondation de longueur = 100 cm, largeur = 100 cm, profondeur = 100cm

b. Application2

Et pour une fondation parallélépipédique de dimension suivante :

- Longueur = 150 cm
- Largeur = 100 cm
- Profondeur = 150 cm

La trajectoire de la fondation est donnée par la Fig.6.12

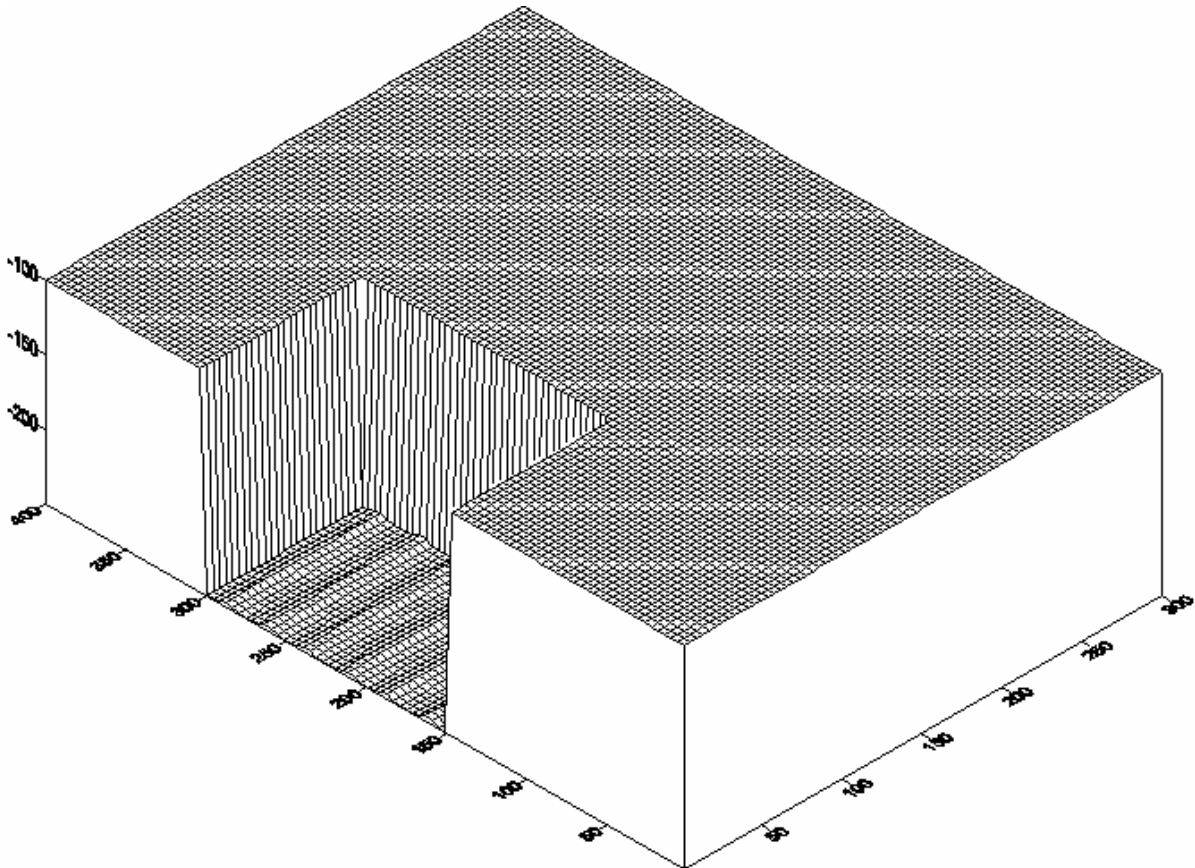


Fig.6.12 Fondation de longueur = 150 cm, largeur = 100 cm, profondeur = 150cm

c. Application3

Ensuite pour une fondation parallélépipédique de dimension suivante :

- Longueur = 150 cm
- Largeur = 150 cm
- Profondeur = 150 cm

La trajectoire de la fondation est donnée par la Fig.6.13

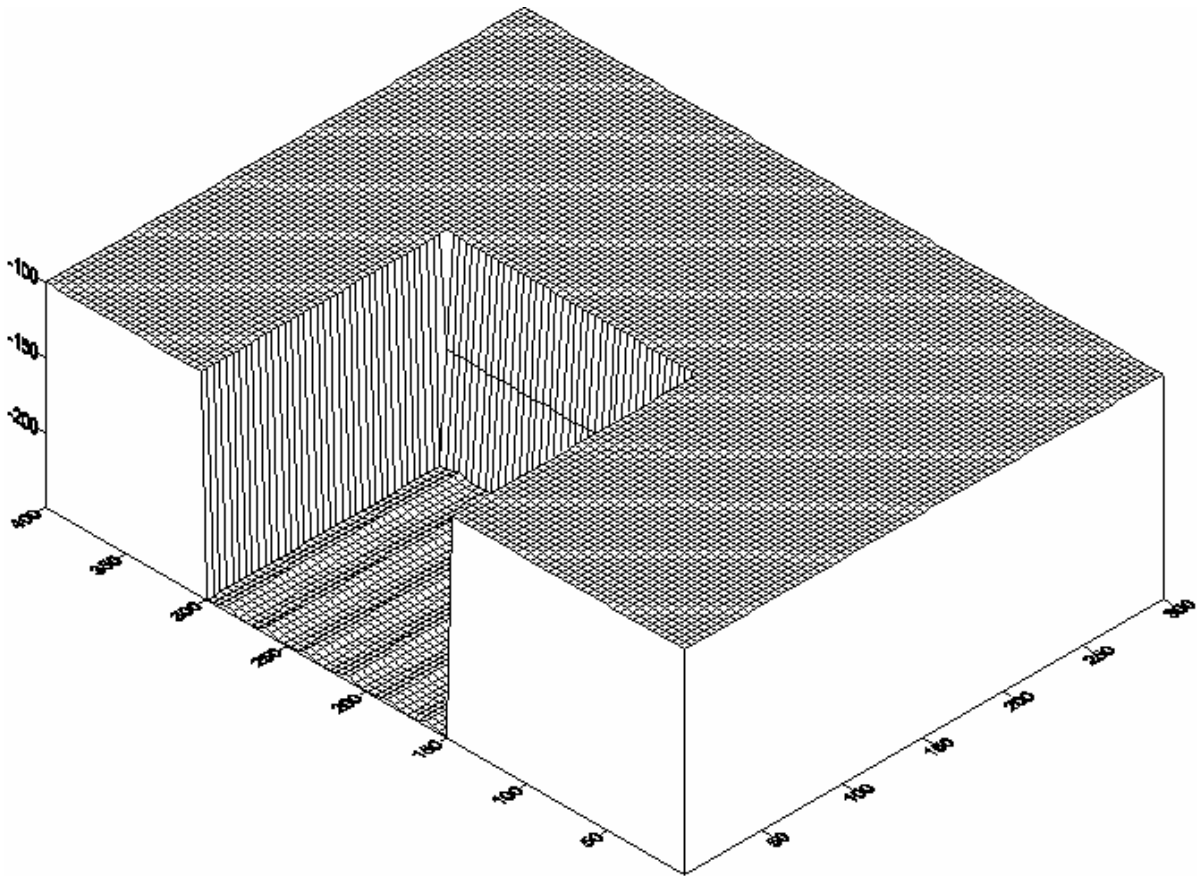


Fig.6.13 Fondation de longueur = 150 cm, largeur = 150 cm, profondeur = 150cm

d. Application 4

Enfin pour une fondation parallélépipédique de dimension maximal suivante :

- Longueur = 200 cm
- Largeur = 200 cm
- Profondeur = 200 cm

La trajectoire de la fondation est donnée par la Fig.4.19

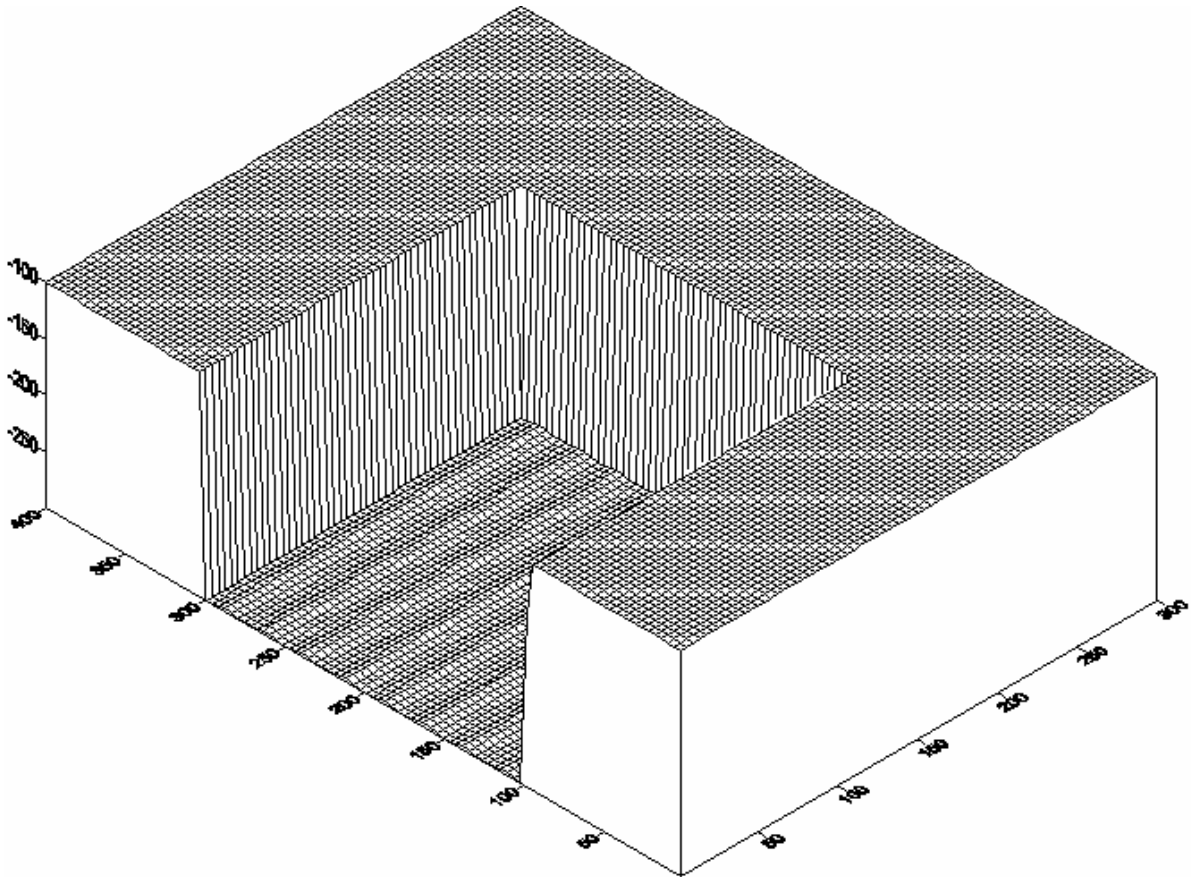


Fig.6.14 Fondation de longueur = 200 cm, largeur = 200 cm, profondeur = 200cm

CONCLUSIONS

Conclusion Générale

A travers notre travail on a traité la notion de simulation du mécanisme ainsi que l'automatisation d'un mécanisme de façonnage, un système de simulation d'un mécanisme de façonnage automatique d'une fondation parallélépipédique a été conçu et réalisé. Les mouvements du bras manipulateur de l'engin d'excavation est étudié pour pouvoir les appliquer dans le cadre des mécanismes de façonnage.

On a utilisé et appliqué des techniques et des technologies d'actualité [JAVA pour le calcul des différentes positions des points d'articulation du mécanisme, ainsi que la simulation graphique du mécanisme, le code MATLAB pour la simulation des trajectoires de l'extrémité du godet et du bras, le logiciel FORTRAN pour la simulation de trajectoire de façonnage automatique de la fondation parallélépipédique]

- Le travail réalisé consiste à la mise en oeuvre d'un système capable de façonner automatiquement d'une fosse parallélépipédique, peut être appliquer au fondations de bâtiment ou de maison individuelle, le système a en entrée les dimensions en 3D du fondation, et en sortie une fondation excavée automatiquement. Le but est de concevoir les positions des différentes articulations de liaison entre les différents paramètres entrée-sortie. On a supposé que le sol a une surface plane et le type du sol est terre.

Pour la mise en oeuvre de ce système, on a décomposé notre travail en six chapitres :

- L'étude bibliographique dans laquelle on a cité les travaux effectués par d'autres chercheurs dans le domaine de l'automatisation de façonnage, aussi que la mécanique du sol, et la simulation des mécanismes.
- Le choix de la machine excavatrice dans le quelle on a représenté la plus part des machines d'excavation qui existe dans l'industrie, rotative et cyclique, et on a choisi la machine d'excavation type qui permet de façonner une fondation de forme parallélépipédique

- L'étude cinématique du bras manipulateur dans laquelle on a étudié le mouvement cinématique, c'est-à-dire, le positionnement des points d'articulation du mécanisme par la méthode de Denavit-Hartenberg, et les vitesses et les accélérations de chaque liaison du mécanisme, les équations utilisées pour ce mouvement sont les équations de base de Newton-Euler.
- L'étude dynamique du bras manipulateur dans laquelle on a étudié le mouvement dynamique, c'est-à-dire, les différents efforts exercés sur les points d'articulation et les liaisons du mécanisme, les équations utilisées pour ce mouvement sont les équations de base de Newton-Euler.
- Simulation et résultats dans laquelle on a représenté les différents résultats « calcul, graphe » obtenus par notre système, ces résultats sont obtenus par l'automatisation des formules obtenus dans les chapitres précédents, le calcul des positions des différents points d'articulation du mécanisme, la simulation graphique du mécanisme, et la trajectoire du godet et du bras, ainsi que la simulation de la trajectoire de façonnage automatique de fondation.

Nous pensons qu'il reste d'autres fonctionnalités à ajouter au système

- Le façonnage dans une surface libre (plane, penché).
- L'étude doit prendre en considération tous les types de sol qui existe dans la nature (terre, roche, argile).
- L'étude doit prendre en considération toutes les fondations du bâtiment qui existe dans les domaines des travaux publics

**RÉFÉRENCES
BIBLIOGRAPHIQUES**

Références Bibliographique :

- [1] Alekseeva, T. V. and Artem'ev, K. A. and Bromberg, A. A. and Voitsekhovskii, R. I. and Ul'yanov, N.A., *Machines for Earthmoving Work, Theory and Calculations*,. A. A. Balkema, Rotterdam, 1985.
- [2] Bernold, L., Motion and Path Control for Robotic Excavation. *ASCE Journal of Aerospace Engineering*. 6(1), January, 1993.
- [3] E. Bisse, A. Hemami and E. K. Boukas, A comparison of the required energy in loading for four scooping strategies. In *Proc. 3th International Symposium on Mine Mechanization and Automation*, Golden Colorado., Golden, Colorado USA, 1995.
- [4] Bullock, D. M. and Oppenheim, I. J., Object Oriented Programming in Robotics Research for Excavation. *Journal of Computing in Civil Engineering*. 6(3), July, 1992.
- [5] Burks, B.L. and Killough, S.M. and Thompson, D.H., Remote excavation using the telerobotic small emplacement excavator. *1992 Winter Meeting. International Conference on Fifty Years of Controlled Nuclear Chain Reaction: Past ,Present and Future*, pages 559-60. American Nuclear Society, November, 1992.
- [6] Peter Corke, Jonathan Roberts, Graeme Winstanley, "Sensors and Control for Mining Robotics", In *Proc. Fourth International Symposium on Mine Mechanisation and Automation*, Brisbane, Australia, 6-9 July 1997.
- [7] Corke, P. I., Winstanley, G. J., Roberts, J. M., "Dragline modeling and control", In *Proc. IEEE Conference on Robotics and Automation*, 1997.
- [8] Craig, J. "Introduction to Robotics: Mechanics and Control". Addison-Wesley, USA ,1986
- [9] Cundall, P., "Numerical experiments on localization in frictional materials". In *Proc. of the workshop on limit analysis and bifurcation theory*. University of Karlsruhe, February, 1988.
- [10] Cundall, P. and Board, M. "A microcomputer program for modeling large strain plasticity problems". *Numerical methods in geomechanics*. Balkema, Rotterdam, 1988.
- [11] Gill, W. R. and Vanden Berg, G. E., "Agriculture Handbook. Number 316: *Soil Dynamics in Tillage and Traction*". US Department of Agriculture, 1968.
- [12] Hemami, A. and Daneshmend, L." Force Analysis for Automation of the Loading Operation in an L-H-D Loader". In *Proc. of the IEEE Conference on Robotics and Automation*. Nice, France, May, 1992.

- [13] Hemami, H., "Study of Bucket Trajectory in Automatic Scooping with LHD Loaders", In *Transactions Institution Mining, Metallurgy*, section A, 102, 1992.
- [14] H. Hemami. "Modeling, analysis, and preliminary studies for automatic scooping". *Advanced Robotics*, pages 1--19, 1994.
- [15] Hettiaratchi, D. R. P. and Reece, A. R. "Symmetrical Three Dimensional Soil Failure", . *Geotechnique*. 4(3), 1967.
- [16] Homma, K. and Nakamura, T. and Arai, T. and Adachi, H. "Spatial image model for manipulation of shape variable objects and application to excavation". In *Proc. IEEE International Workshop on Intelligent Robots and Systems*. 1990.
- [17] Homma, K. and Arai, T. and Adachi, H., "Soil Model for Automated Excavation Using Touch Sensed Data". In *Proc. 2nd International Symposium on Measurement and Control in Robotics*. November, 1992.
- [18] Koivo, A. J., "Controlling an Intelligent Excavator for Autonomous Digging in Difficult Ground". In *Proc. the 9th International Symposium on Automation and Construction*. Tokyo, June, 1992.
- [19] Koivo, A. . "Kinematics of excavator (backhoes) for transferring surface material". *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 7, pp. 17–32, Jan 1994.
- [20] [Koivo, 1996] Koivo, A. J., Ramos, M. C., Kocaoglan, E., and Andrade-Cetti, J.,. "Modelling and control of excavator dynamics during digging operation". *Journal of Aerospace Engineering*, vol. 9, pp. 10–18, Jan 1996.
- [21] Kojima, Y. and Fukuda, J. and Kuramoto, S. and Sano, Y. and Akiba, N., "Remote Control Type Excavating Robot for Deep Foundation". *Fujikura Technical Review*. 1990.
- [22] Lawrence, P. D., S.E. Salcudean, N. Sepehri, D. Chan, S. Bachmann, N. Parker, M. Zhu and R. "Frenette, Coordinated and Force-Feedback Control of Hydraulic Excavators", In *Proc. International Symposium on Experimental Robotics*, July 1995.
- [23] Lehner, V. D., DeFanti, T.A., "Distributed virtual reality:supporting remote collaboration in vehicle design", *IEEE Computer Graphics and Applications; IEEE Comput. Graph. Appl*; vol.17,no.2; IEEE; March- April 1997;
- [24] Li, X. and Moshell, J. M., "*Physically based models of dynamic terrain in virtual Environment*"s. Technical Report CS-TR-92-27, University of Central Florida, 1992.
- [25] Luth, H. J. and Wismer, R. D., "Performance of Plain Soil Cutting Blades in Soil". *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers*. 1965.

- [26] Malaguti, F., "Soil machine interaction in digging and earthmoving automation", In *Proc. of the 11th International Symposium on Automation and Robotics in Construction (ISARC)*; Brighton, UK; 24-26 May 1994.
- [27] McKyes, E. and Ali, O. S., "The Cutting of Soil by Narrow Blades", *Journal of Terramechanics*, 14(2), 1977.
- [28] McKyes, E. "Soil Cutting and Tillage". Elsevier, 1985.
- [29] Mulligan, I. J., Mackworth, A., Lawrence, P., "A model based vision system for manipulator position sensing", In *Proc, International Conference Robotics and Automation*, 1989.
- [30] Nakano, E., Tsuda, N, Inuo, K., Kayaba, K., Kimura, H., Matsukawa, Okuda, S., "Development of an advanced way of improvement of the maneuverability of a backhoe machine", In *Proc. 9th International Symposium on Automation and Robotics in Construction*, June 1992, Tokyo.
- [31] Nedredzov, I., "Forces prediction of underwater soil cutting by excavating Robots". *9th International Symposium on Automation and Construction*. Tokyo, June, 1992.
- [32] Nguyen, Q., Ha, Q. P., Rye, D. C., and Durrant-Whyte, H. F., "Force/position tracking for electrohydraulic systems of a robotic excavator," in Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control, (Sydney, Australia), pp. 5224–5229, Dec 2000.
- [33] Peussa, P., Chan, D., Bachmann, S., Lawrence, P. D., Tafazoli, S., and Salcudean, S. E., "Using solenoid valves for proportional pilot pressure control in mini Excavators", In *Proc. of the 4th Scandinavian International Conference*, pp. 1139-1151, Tampere, Finland, September 1995.
- [34] Puhl, H. "On the modeling of real sand piles". *Physica A*. 182(3), March, 1992.
- [35] Reece, A. R. "The fundamental equation of earth moving mechanics". In *Proc. Of Institution of Mechanical Engineers*. 1964.
- [36] Sarata, S., Sato, K., and Yuta, S., "Motion Control System for Autonomous Wheel Loader Operation", In Proceedings, International Symposium on Mine Mechanization and Automation, June 1995, Golden, Colorado.
- [37] S. Scheduling, G. Dissanayake, E. Nebot, H. Durrant Whyte, "Slip Modeling and Aided Inertial Navigation of an LHD", In *Proc. IEEE Conference Robotics and Automation*, 1997.
- [38] Seward, D. and Bradley D. and Brasserie, R., "The Development of Research Models for Automatic Excavation". In *Proc. 5th International symposium on Automation and Robotics in Construction*, 1988.

- [39] Siemens J. C. and Weber, J. A. and Thornburgh, T. H., "Mechanics of soil as influenced by model tillage tools". *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers*, 1965.
- [40] Singh, S., "Synthesis of Tactical Plans for Robotic Excavation", Ph.D Thesis, January, 1995, Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA 15213.
- [41] Singh, S., "Learning to Predict Resistive Forces During Robotic Excavation", in *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Nagoya, May 1995.
- [42] Tafazoli, S., Lawrence, P. D., Salcudean, S. E., Chan, D., Bachmann, S. and de Silva, C., "Parameter Estimation and Friction Analysis for a Mini Excavator", In *Proc. of 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Minneapolis, Minnesota, USA, Apr. 1996.
- [43] Takahashi, H., Tsukamoto, Y., Kamata, H., Masuyama, T., "Model analysis on the bucket control for automatic shovelling", In *Proc. 16th International Conference on Computers and Industrial Engineering*, March 1994.
- [44] Teach, T., "Earthmoving apparatus and method for grading land providing continuous Resurveying ", US Patent 5375663, 1993.
- [45] Terzaghi, K., *Theoretical soil mechanics*. Wiley, New York, 1947.
- [46] Thompson, D.H.; Killough, S.M.; Burks, B.L.; Draper, J.V., "Design of the human computer interface on the telerobotic small emplacement excavator", In *Proc. 1995 Winter Meeting of American Nuclear Society*; San Francisco, CA, USA; 29 Oct.-2 Nov. 1995
- [47] Vaha, P.K. and Skibiniewski, M. J. and Koivo, A. J., "Kinematics and Trajectory Planning for Robotic Excavation". In *Proc. ASCE Construction Congress II*. Cambridge, MA, 1991.
- [48] Vaha, P.K. and Skibiniewski, M. J. and Koivo, A. J., "Excavator Dynamics and Effect of Soil on Digging", In *Proc. International Symposium on Automation and Robotics in Construction*, Stuttgart, Germany, 1991.
- [49] Vaha, P.K. and Skibniewski, M. J., "Dynamic Model of An Excavator". *ASCE Journal of Aerospace Engineering*. 6(2), April, 1993.
- [50] Vaha, P.K. and Skibniewski, M. J. "Cognitive Force Control of Excavators". *ASCE Journal of Aerospace Engineering*. 6(2), April, 1993.
- [51] Wadhwa, D., "Force Prediction Equation Using Distorted Model as an Analog Device", *Journal of Terramechanics*, Great Britain, 1980.

- [52] Wells, D., “*Guide to GPS Positioning*, Larry d Hothem”, ISBN: 0920114733, 1986.
- [53] Wroth, C. P. “The interpretation of insitu soil tests”. *Geotechnique*. 34(4), 1984.
- [54] Young, R. and Hanna, A. “Finite element analysis of plane soil cutting”. *Journal of Terramechanics*, 1977.
- [55] Zelenin, A. N. and Balovnev, V. I. and Kerov, L. P. “*Machines for moving the Earth*”. A. A. Balkema, Rotterdam, 1986.

ANNEXES

Annexe 1 :

A1. Localisation Spatiale

La manipulation est le traitement des objets : les prenant, les déplaçant, les fixant à un autre, et travaillant avec des outils [McKerrow 1991]. La manipulation des objets effectués par le bras de robot de l'espace implique le mouvement de son élément extrême. Afin de déplacer le terminal « extrémité du godet », il est nécessaire de savoir la position et l'orientation de l'objet en ce qui concerne la base de robot. Ceci laissera programmer la méthode d'indiquer où l'objet est relativement au robot à saisir vers le haut et à la manière de commander le mouvement.

Le contrôle du mouvement d'un terminal est compliqué dû au fait qu'il peut y avoir plusieurs configurations de bras qui le placeront sur l'objet. D'autre part, une articulation dans un bras de robot a habituellement un degré de liberté, mais il peut se déplacer sur une gamme beaucoup plus grande que les articulations humains peuvent. Un endroit de terminal peut être réalisé avec plusieurs configurations, ainsi une méthode pour choisir l'optimal est nécessaire. Les orientations dont une main peut approcher un objet dépendent non seulement de l'objet mais également de l'environnement, par exemple la présence des obstacles. Le nombre de chemins ou de voies disponibles est limité par des restrictions imposées dans l'environnement. D'ailleurs, si l'objet se déplace, non seulement son endroit mais également une future position possible doit être calculé de sorte que le manipulateur soit dirigé vers la position estimée.

Généralement, un robot calcule la position et l'orientation du terminal en utilisant le modèle cinématique de son bras. Ainsi, les outils mathématiques sont nécessaires pour calculer la position et l'orientation non seulement des objets pour manoeuvrer mais également du terminal. En outre, ces outils devraient être assez puissants pour laisser obtenir facilement le rapport spatial parmi les objets distincts et particulièrement entre les objets et le manipulateur.

Une description de diverses coordonnées est donnée dans cette section. En outre, une description de quelques méthodes pour transformer la position et l'orientation est présentée.

Le but est de répondre à la question : comment localiser le terminal d'un bras de robot ?. Les sous-sections suivantes viennent de [Barrientos et al 1997] et [McKerrow 1991].

A1.1 Représentation spatiale

La représentation spatiale d'un terminal ou d'une articulation se compose de deux éléments : sa position et orientation. Le premier indique la position d'un objet dans un espace dimensionnel et l'orientation donne la rotation de l'objet en ce qui concerne un système de référence.

a) Position

La représentation de la position d'un objet dépend de la dimension de l'espace. Les systèmes communs pour représenter la position d'un objet dans un espace bidimensionnel sont les coordonnées cartésiennes et polaires ; et pour un espace tridimensionnel sont les coordonnées cartésiennes, cylindrique et sphériques, qui sont décrites comme suit :

- Coordonnées cartésiennes. En \mathbb{R}^2 la position d'un objet \mathbf{p} est exprimée comme $\mathbf{p}(x, y)$, où x est le déplacement de l'origine sur l'axe X, et y est le déplacement de l'origine sur l'axe Y. En \mathbb{R}^3 la position d'un objet \mathbf{p} est exprimée comme $\mathbf{p}(x, y, z)$, où semblable à \mathbb{R}^2 , x et y sont des déplacements de l'origine sur le x et l'axe des ordonnées, et z est le déplacement de l'origine sur l'axe Z. Les deux représentations sont dépeintes sur la Fig A1.1.

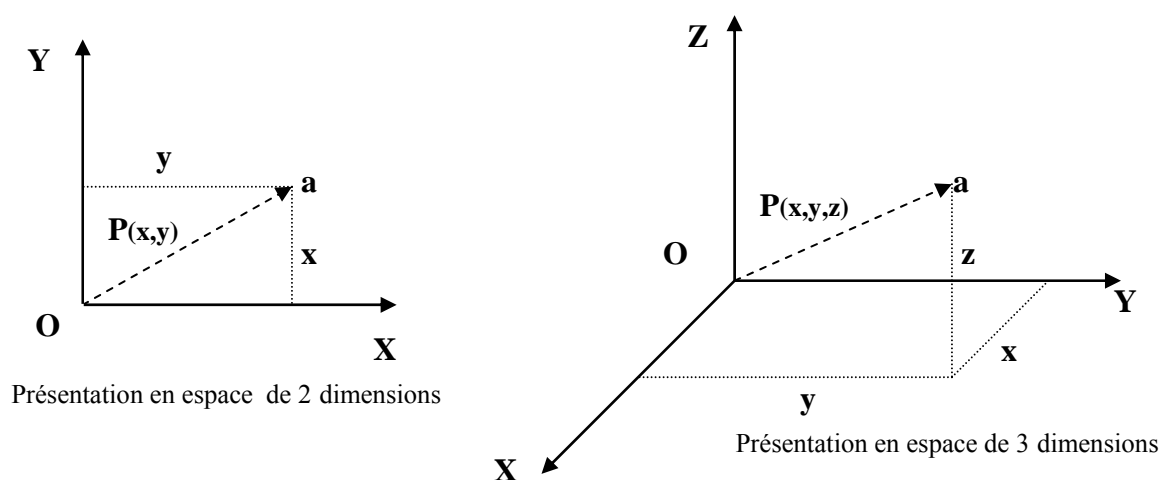


Fig A1.1 Représentations de vecteur dans des coordonnées cartésiennes dans \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3

- Coordonnées polaires. Dans \mathcal{R}^2 la position d'un objet \mathbf{p} est exprimée comme $\mathbf{p}(r, \theta)$, où r est la distance de l'origine au point \mathbf{p} , et θ est l'angle que le vecteur \mathbf{p} forme avec l'axe X, comme représenté dans la figure suivante.

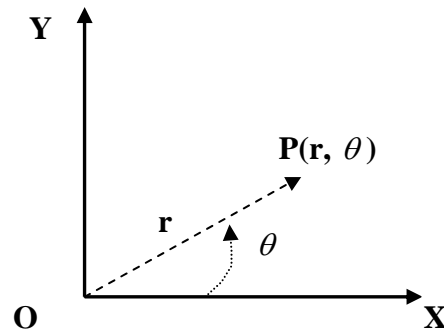


Fig.A1.2 Représentation des coordonnées polaires

- Coordonnées de cylindrique. En \mathcal{R}^3 la position d'un objet \mathbf{p} est exprimée comme $\mathbf{p}(r, \theta, z)$, où r et θ sont la distance de l'origine au point \mathbf{p} et l'angle que le vecteur forme avec l'axe X, respectivement ; et z est la projection du vecteur \mathbf{p} au-dessus de l'Z-axe, comme représenté sur la Fig A1.3

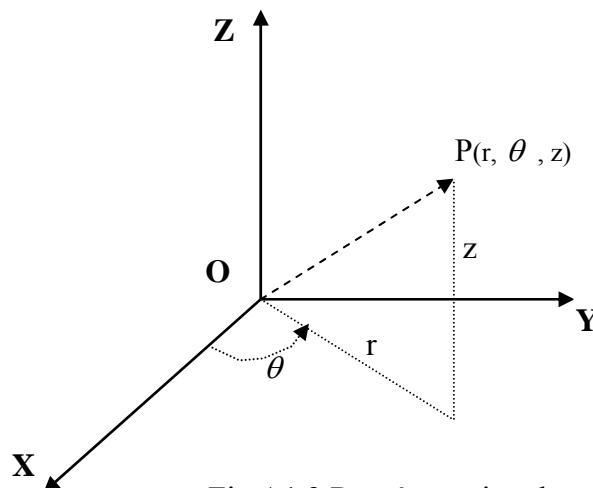


Fig A1.3 Représentation des coordonnées cylindrique

- Coordonnées sphériques. Comme représenté sur le schéma 1.4, la position d'un objet \mathbf{p} est exprimée comme $\mathbf{p}(r, \theta, \phi)$ où r est la distance de l'origine au point \mathbf{p} , θ est l'angle

de la projection de \mathbf{p} sur le plan OXY, et ϕ est l'angle que le vecteur \mathbf{p} les formes avec l'axe Z .

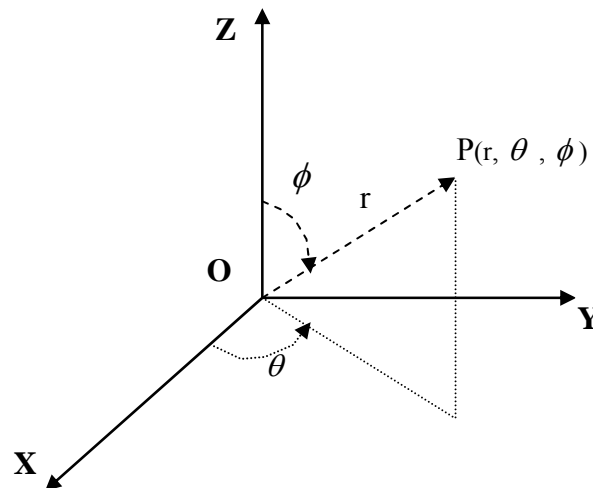


Fig.A1.4 représentation des coordonnées sphériques

b) Orientation

Un objet solide est situé dans un espace non seulement par sa position mais également par son orientation en ce qui concerne un système de référence. Dans \mathcal{R}^2 une rotation en ce qui concerne l'axe X peut être faite, tandis que dans \mathcal{R}^3 une rotation en ce qui concerne l'axe X, une rotation en ce qui concerne l'axe Y et une rotation en ce qui concerne l'axe Z peuvent être effectuées. Les méthodes communes pour représenter l'orientation incluent les matrices de rotation, les angles d'Euler, la paire de rotation, et le quaternion, qui sont décrits comme suit.

- Matrices de rotation. Les matrices de rotation sont la méthode la plus utilisée pour décrire l'orientation due à l'utilité de l'algèbre des matrices. Considérer deux systèmes de référence, un système fixe OXY de référence et le système OUV de l'objet avec la même origine. Les vecteurs \mathbf{i}_x et \mathbf{j}_y sont des vecteurs unitaires du système fixe de référence, tandis que \mathbf{i}_u et \mathbf{j}_v sont les vecteurs unitaires respectifs du système de la référence de l'objet, comme représenté sur la figure Fig.A1.5. Un vecteur \mathbf{p} peut être représenté comme

$$P_{xy} = [P_x, P_y]^t = p_x \times i_x + p_y \times j_y \quad (\text{A1.1})$$

$$P_{uv} = [P_u, P_v]^t = p_u \times i_u + p_v \times j_v$$

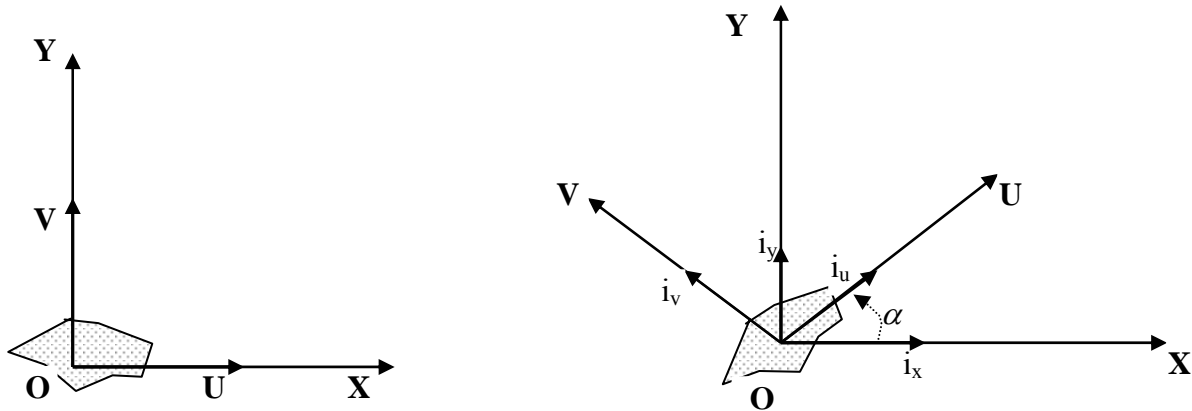


Fig.A1.5 L'orientation d'un système OUV en ce qui concerne un système OXY

En appliquant la transformation linéaire, l'équivalence suivante peut être trouvée :

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} P_u \\ P_v \end{bmatrix}, \quad \text{où} \quad R = \begin{bmatrix} i_x i_u & i_x j_v \\ j_y i_u & j_y j_v \end{bmatrix} \quad (\text{A1.2})$$

La matrice de rotation définissant l'orientation du système OUV en ce qui concerne le système fixe de référence OXY, ensuite est employée pour transformer les coordonnées d'un vecteur dans le système de la référence de l'objet aux coordonnées d'un autre système, telles que le système de référence fixe est OXY. L'orientation dans $\mathcal{R}2$ est donnée par un paramètre unique α , l'angle de la rotation OXY fini. La matrice de rotation est donnée comme suit

$$R = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (\text{A1.3})$$

En $\mathcal{R}3$, pareillement à $\mathcal{R}2$, l'orientation d'un objet \mathbf{p} peut être exprimée As

$$P_{uvw} = [P_u, P_v, P_z]^t = p_u \times i_u + p_v \times j_v + p_w \times j_w \quad (\text{A1.4})$$

$$P_{xyz} = [P_x, P_y, P_z]^t = p_x \times i_x + p_y \times j_y + p_z \times j_z$$

$$\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} P_u \\ P_v \\ P_w \end{bmatrix} \quad (\text{A1.5})$$

Quand la rotation du système OUVW d'un objet est au-dessus du système d'OXYZ avec l'U-axe coïncidant avec l'axe des abscisses, la matrice de rotation sera

$$R(x, \alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (\text{A1.6})$$

Si l'V-axe coïncide avec l'axe Y après la rotation, la matrice de rotation sera

$$R(y, \gamma) = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (\text{A1.7})$$

Si l'W-axe coïncide avec l'Z-axe après la rotation, la matrice de rotation sera

$$R(z, \phi) = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Annexe 2 :

Méthode directe de calcul des coordonnées :

Indépendamment de la méthode de Denavit-Hartenberg, une autre procédure de calcul des coordonnées de l'élément terminal d'une excavatrice peut être utilisée. Cette technique appelée la méthode directe (ou méthode General Electric) ne fait appel qu'à un seul référentiel pour décrire l'architecture d'un mécanisme articulé. Par exemple Fig.A2.1, seul le référentiel de base (X_0, Y_0, Z_0) est employé pour décrire par des translations et des rotations le long et autour de ces axes (en particulier le long et autour de l'axe Y_0), l'architecture d'excavatrice. Ainsi, la méthode directe peut servir à vérifier les calculs des matrices T_n qui sont effectués par la méthode de Denavit-Hartenberg.

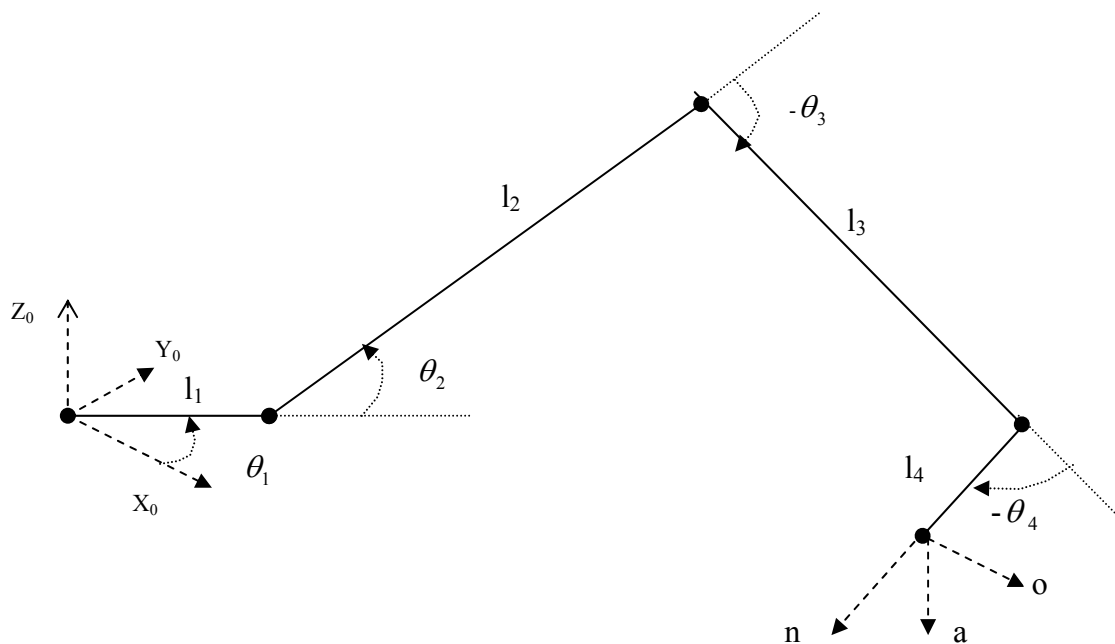


Fig.A2.1 Méthode cinématique directe du mécanisme de façonnage

En suivant une démarche analogue à celle qui a été utilisée pour déterminer la forme des matrices A_n l'application de méthode directe au calcul de la matrice T_5 d'excavatrice s'écrit :

$$T_4 = Rot(z, \theta_1) \times Trans(x, l_1) \times Rot(y, \theta_2) \times Trans(x, l_2) \times Rot(y, \theta_3) \times Trans(x, l_3) \\ \times Rot(y, \theta_4) \times Trans(x, l_4) \quad (A2.1)$$

La conversion de signe qui est prise sur les angles étant celle qui conduit à définir les angles θ positifs lorsqu'ils font tourner l'axe X vers l'axe Y, l'axe Y vers l'axe Z ect... En développant les formules suivantes :

$$Rot(z, \theta_1) \times Trans(x, l_1) = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (A2.2)$$

$$Rot(y, \theta_2) \times Trans(x, l_2) = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & l_2 C_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Rot(y, \theta_3) \times Trans(x, l_3) = \begin{bmatrix} C_3 & 0 & -S_3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_3 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_3 & 0 & -S_3 & l_3 C_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_3 & 0 & C_3 & l_3 S_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Rot(y, \theta_4) \times Trans(x, l_4) = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & -S_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_4 & 0 & C_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & -S_4 & l_4 C_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_4 & 0 & C_4 & l_4 S_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donc :

$$T_4 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & l_2 C_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_3 & 0 & -S_3 & l_3 C_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_3 & 0 & C_3 & l_3 S_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_4 & 0 & -S_4 & l_4 C_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_4 & 0 & C_4 & l_4 S_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (A2.3)$$

Après multiplication on retrouve les résultats de (A2.3),

$$\begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & l_1 C_1 \\ S_1 & C_1 & 0 & l_1 S_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & l_2 C_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 C_2 & -S_1 & -C_1 S_2 & l_2 C_1 C_2 + l_1 C_1 \\ S_1 C_2 & C_1 & -S_1 S_2 & l_2 S_1 C_2 + l_1 S_1 \\ S_2 & 0 & C_2 & l_2 S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (A2.4)$$

$$\begin{bmatrix} C_3 & 0 & -S_3 & l_3 C_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_3 & 0 & C_3 & l_3 S_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_4 & 0 & -S_4 & l_4 C_4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ S_4 & 0 & C_4 & l_4 S_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 & D & F \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ B & 0 & E & G \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(A2.5)

$$A = C_3C_4 - S_3S_4 ; \quad B = S_3C_4 - C_3S_4 ; \quad D = -C_3S_4 - S_3C_4 ; \quad E = -S_3S_4 - C_3C_4$$

$$F = l_4C_3C_4 - l_4S_3S_4 + l_3C_3 ; \quad G = l_4S_3C_4 + l_4S_3S_4 + l_3S_3$$

$$h = l_2C_1C_2 + l_1C_1 ; \quad i = l_2S_1C_2 + l_1S_1$$

La multiplication de (A2.4) et (A2.5) on trouve :

$$T_4 = \begin{bmatrix} C_1C_2 & -S_1 & -C_1S_2 & h \\ S_1C_2 & C_1 & -S_1S_2 & i \\ S_2 & 0 & C_2 & l_2S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & 0 & D & F \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ B & 0 & E & G \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donc :

$$T_4 = \begin{bmatrix} C_1C_2A - C_1S_2B & -S_1 & C_1C_2D - C_1S_2E & C_1C_2F - C_1S_2G + H \\ S_1C_2A - S_1S_2B & C_1 & S_1C_2D - S_1S_2E & S_1C_2F - S_1S_2G + I \\ S_2A + C_2B & 0 & S_2D + C_2E & S_2F + C_2G + l_2S_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Les résultats de ce calcul peuvent être confronté avec les résultats obtenus par la méthodologie de Denavet-Hartenberg expliqué en chapitre 3.

ANNEXE 3

A3.1 Influence des dents du godet sur l'opération d'excavation [107] :

Le coefficient d'influence des dents μ est pris égal à $\mu = 0.75$, pour une lame de godet ayant les dimensions données par le schéma ci-dessus

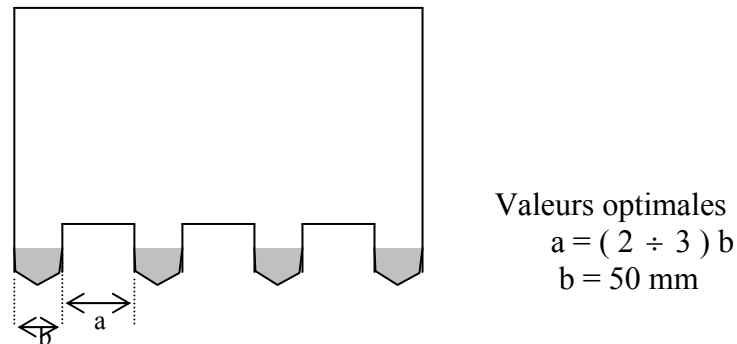


Fig.A3.1 Un lame de façonnage « godet »

Voici maintenant une représentation des différents outils (lame, godet) utilisés pour le façonnage du sol :

a/ avec une lame de godet ne possédant pas de dents : Toute la lame est en contact avec le sol, d'où l'augmentation de l'effort résistant pendant l'opération du façonnage

b/ avec lame de godet possédant un défaut de dents : Avec une lame de godet ayant un nombre de dents relativement faible on a la participation d'une partie importante de la lame du godet dans de façonnage

c/ avec une lame de godet possédant un excès de dents : Dans ce cas aussi la ligne de contact lame sol n'est pas minimale (la ligne de contact est formée par les dents du godet).

d/ avec une lame de godet ayant un nombre optimal de dents : Le contact lame sol est minimal d'où la résistance au façonnage est minimale et par la suite l'effort de façonnage est réduit.

A3.2 Calcul de la hauteur maximale (H_d) :

La hauteur maximum de déchargement à laquelle le bras est en position basse.

D'après des étude de Zelenin [107], on a la relation suivante

$$H_d = \sqrt{2 \times P_r \times B \times K_f} \quad (\text{A3.1})$$

Avec :

- P_r : Profondeur maximum de façonnage
- K_f : Coefficient d'ameublissement du sol.
- B : Largeur du godet

Pour calculer la largeur du godet il suffit de connaître la capacité du godet, donc la largeur du godet est donnée par la formule suivante :

$$B = 1.7\sqrt{q} - 0.6 \quad \text{Tel que (q : le volume du godet)} \quad (\text{A3.2})$$

On choisit la terre (type de sol I)

$$K_f = (1.05 \text{ à } 1.1) \Rightarrow K_f = 1.1$$

Type de sol	Catégorie	$\rho \text{ kg/m}^3$	Coef. K_f
Terre	I	1200 à 1600	1.05 à 1.1
Argile légère	I	1400 à 1800	1.1 à 1.2
Argile compacte	II	1500 à 1800	1.15 à 1.25
Argile solidifiée	III	1600 à 1900	1.2 à 1.3
Roche	IV	1900 à 2000	1.25 à 1.3
		1900 à 2200	1.3 à 1.4

A3.3 Calcul de la longueur de la flèche (l_f):

On a la relation suivante d'après Zelenin [107]

$$l_f = \frac{H_d + P_r}{2 \times \sin \left(\frac{\alpha_c}{2} \right)} \quad (\text{A3.3})$$

$\alpha_c = \theta_2$: Angle de rotation de la flèche en degré

A3.4 Calcul de la longueur du bras (l_b) :

Lorsque le rayon du godet se trouve dans le prolongement du bras on peut calculer cette longueur totale grâce à la formule empirique [107] :

On a :

$$L_{(b+rg)} = L_b + L_{rg} = 1.75 \times \sqrt[4]{M} \quad (\text{A3.4})$$

Avec

$L_{(b+r)}$: longueur du bras + longueur du rayon du godet

L_b : longueur du bras

L_{rg} : longueur du rayon du godet

M : la masse de l'engin en (t)

D'autre part, la longueur du rayon du godet est donnée par la formule suivante [107] :

$$L_{rg} = 1.35 \sqrt{q/B} \quad \text{Avec :} \quad (\text{A3.5})$$

q : le volume du godet

B : la largeur du godet

Donc :

$$L_b = L_{(b+r)} - L_{rg} \quad (\text{A3.6})$$